یونٹ

5

QUADRATIC EQUATIONS دودرجی مساواتیں

- دودرجی مساوات
- دودرجی مساوات کا حل
- دودرجی مساوات کا کلیہ

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- دودرجی مساوات کی تعریف کر سکیں۔
- ایک متغیر میں دودرجی مساوات کو حل کر سکیں۔
  - بذریعہ تجزی
  - بذریعہ تکمیل مربع
- تکمیل مربع سے دودرجی مساوات کا کلیہ ثابت کر سکیں۔
- کلیہ کی مدد سے دودرجی مساوات کو حل کر سکیں۔
- حقیقی زندگی کے سادہ سوالات حل کر سکیں۔

5.1 دو درجی مساواتیں QUADRATIC EQUATIONS

ایک متغیر میں دو درجی مساوات ایک ایسی مساوات ہوتی ہے جس کو ہم درج ذیل صورت میں لکھ سکتے ہیں:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$$

جس میں x ایک متغیر ہے اور a ، b ، c حقیقی اعداد ہیں۔ ہم اسے دو درجی مساوات کی معیاری صورت کہتے ہیں۔

دو درجی مساوات ایک ایسی کثیر رقمی پر مشتمل ہوتی ہے جس میں متغیر کا زیادہ سے زیادہ قوت نما 2 ہوتا ہے۔

5.2 دو درجی مساوات کا حل SOLUTION OF A QUADRATIC EQUATION

ہم دو درجی مساوات کو درج ذیل طریقوں سے حل کر سکتے ہیں۔

(i) بذریعہ اجزائے ضربی (ii) بذریعہ تکمیل مربع (iii) دو درجی مساوات کا کلیہ

5.2.1 دو درجی مساوات کا حل بذریعہ اجزائے ضربی Solution of a Quadratic Equation by Factorization

دو درجی مساوات کی عمومی شکل $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ ہوتی ہے۔ ہم اس مساوات کو صفری اجزائے ضربی کے قانون سے حل کر سکتے ہیں۔ جس کے مطابق

اگر $a \times b = 0$ ہو تو $a = 0$ یا $b = 0$ (یا دونوں a اور b صفر کے برابر ہوں گے) $a = 0, b = 0$

صفری اجزائے ضربی کا قانون صرف اور صرف اسی صورت میں کام دیتا ہے جب جملہ تجزی کی شکل میں ہو۔

مثال 1:- حل کریں $x^2 + 4x - 77 = 0$

حل:

$$x^2 + 4x - 77 = 0$$

$$(x-7)(x+11) = 0$$

$$x - 7 = 0 \quad \text{یا} \quad x + 11 = 0$$

> مساوات کو اس طرح لکھیں کہ اس کی دائیں طرف صفر ہو۔ بائیں طرف کو تجزی کی شکل میں لکھیے۔ صفری اجزائے ضربی کا قانون استعمال کرتے ہوئے ہر جز و ضربی کو صفر کے برابر لکھیے۔

صفری اجزائے ضربی قانون لگانے سے پہلے ایسی مساواتیں جو اجزائے ضربی کی شکل میں نہ لکھی گئی ہوں کو پہلے اجزائے ضربی بنا کر لکھنے کی ضرورت ہوتی ہے۔

یاد رکھیے مساوات کی دائیں طرف صفر ہونا چاہیے۔

> صحیح اعداد کے عددی سروں والی کثیر رقمی $ax^2 + bx + c$ کے یک درجی اجزائے ضربی صرف اور صرف اسی صورت میں ممکن ہو سکتے ہیں اگر ac کے دو ایسے صحیح عددی اجزائے ضربی ہوں جن کا مجموعہ b کے برابر ہو۔

مثال 2:- $6x^2 - 19x - 7 = 0$ بذریعہ تجزی حل کیجیے۔

حل:

معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad , \quad a = 6 \quad , \quad b = -19 \quad , \quad c = -7$$

$$ac = 6(-7) = -42$$

$$-42 = (-21)2 \quad \text{اور} \quad -21 + 2 = -19 = b$$

پس

$$6x^2 - 19x - 7 = 0$$

$$6x^2 - 21x + 2x - 7 = 0$$

$$3x(2x-7) + 1(2x-7) = 0$$

$$(2x-7)(3x+1) = 0$$

$$2x - 7 = 0 \quad \text{یا} \quad 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{7}{2} \quad \text{یا} \quad x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{\frac{-1}{3}, \frac{7}{2}\right\}$$

مثال 3:- $2x^2 = 3x$ حل کیجیے۔

حل:

$$2x^2 = 3x$$

$$2x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{یا} \quad 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\text{حل سیٹ} = \left\{0, \frac{3}{2}\right\}$$

نوٹ: $x = 0 , \frac{3}{2}$ مساوات $2x^2 = 3x$ کے روٹس (اصل) کہلاتے ہیں۔

مثال 4:-

اگر $x = 3$ مساوات $x^2 + kx + 15 = 0$ کا حل ہو تو k کی قیمت معلوم کیجیے۔

مساوات کا دوسرا حل بھی معلوم کریں۔

حل: مساوات $x^2 + kx + 15 = 0$ میں $x = 3$ رکھنے سے

$$3^2 + 3k + 15 = 0$$

$$3k + 24 = 0 \Rightarrow k = -8$$

اب $x^2 - 8x + 15 = 0$

$15 = (-5)\times(-3)$ اور $(-5)+(-3) = -8 = b$

$$x^2 - 5x - 3x + 15 = 0$$

$$x(x-5) - 3(x-5) = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$x - 3 = 0$ یا $x - 5 = 0$

$x = 3$ یا $x = 5$

حل سیٹ $= \{3, 5\}$

5.2.2 دودرجی مساوات کا حل بذریعہ تکمیل مربع

Solution of a Quadratic Equation by Completing the Square Method

تکمیل مربع کے طریقہ سے معیاری صورت میں دودرجی مساوات کو درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$ax^2 + bx + c = 0$ ______ (1)

$(x + p)^2 = q$ ______ (2) جبکہ p, q مستقل مقداریں

تکمیل مربع کے بعد مساوات (2) کو آسانی سے حل کیا جا سکتا ہے۔

لیکن مساوات (1) کو مساوات (2) کی صورت میں کیسے لائیں؟

$x^2 + bx$ کی شکل کی دودرجی مساوات کثیر رقمی کا مربع مکمل کرنے کے لیے x والی رقم کے عددی سر b کے نصف کا مربع $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ جمع کریں۔

اس بات کا نوٹ کرنا اہم ہے کہ بیان کیے گئے طریقہ کا اطلاق اسی صورت میں ممکن ہے جب دی گئی دو درجی مساوات میں متغیر کے مربع والی رقم کا عددی سر 1 ہے۔

تکمیل مربع کے اہم کلیے:

(i) $(x+m)^2 = x^2+2mx+m^2$

(ii) $(x-m)^2 = x^2-2mx+m^2$

مثال 1:-

$x^2+6x-2 = 0$ تکمیل مربع سے حل کریں۔

حل:

$$x^2+6x-2 = 0$$

$$x^2+6x-2+2 = 2$$ ← دونوں اطراف 2 جمع کرنے سے

$$x^2+6x = 2$$

$$x^2+6x+(3)^2 = 2+3^2$$ ← بائیں جانب کا مربع مکمل کرنے کے لیے x کے عددی سر 6 کے نصف کا مربع مساوات کے دونوں طرف جمع کریں۔

$$(x+3)^2 = 11$$

$$x+3 = \pm\sqrt{11}$$

$$x = -3\pm\sqrt{11}$$

حل سیٹ $= \{-3+\sqrt{11}, -3-\sqrt{11}\}$

مثال 2:-

$(x-3)^2 = 4$ حل کیجیے۔

حل:

$$(x-3)^2 = 4$$

$$x^2-6x+9 = 4$$

$$x^2-6x = -5$$

$$x^2-6x+(3)^2 = -5+9$$

$$(x-3)^2 = 4$$

$$x = 3\pm 2$$

$x = 5$ یا

$x = 1$ یا

حل سیٹ $= \{1, 5\}$

مثال 3:-

$3(x-2)^2 = x(x-2)$ کو تکمیل مربع کے طریقہ سے حل کیجیے۔

حل:

$$3(x^2-4x+4) = x^2-2x$$
$$3x^2-12x+12 = x^2-2x$$
$$3x^2-x^2-12x+2x = -12$$
$$2x^2-10x = -12$$
$$x^2-5x = -6$$
$$x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2 = -6+\left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 = -6+\frac{25}{4} = \left(x-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$
$$x^2-\frac{5}{2} = \pm\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{5}{2}\pm\frac{1}{2}$$

یا $x = \frac{5}{2}+\frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

یا $x = \frac{5}{2}-\frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

حل سیٹ $= \{2, 3\}$

مثال 4:-

$10x^2-12x = 15$ تکمیل مربع کے طریقہ سے حل کیجیے۔

حل:

$$10x^2-12x = 15$$

$$x^2-\frac{12}{10}x = \frac{15}{10}$$ ← '10' پر تقسیم کرنے سے

$$x^2-\frac{6}{5}x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2-\frac{6}{5}x+\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2+\frac{3}{2}$$ ← دونوں طرف $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ جمع کرنے سے

$$\left(x-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}+\frac{3}{2} = \left(x-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{18+75}{50} \Rightarrow \left(x-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{93}{50}$$

$$x-\frac{3}{5} = \pm\sqrt{\frac{93}{50}}$$ یا $$x = \frac{3}{5}\pm\frac{\sqrt{93}}{5\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{93}}{5\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{93}}{5\sqrt{2}}$$ یا $$x = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{93}}{5\sqrt{2}}$$

حل سیٹ $= \left\{\dfrac{3\sqrt{2} + \sqrt{93}}{5\sqrt{2}} , \dfrac{3\sqrt{2} - \sqrt{93}}{5\sqrt{2}}\right\}$

مثال 5:- $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+8} = \frac{1}{3}$ تجزی سے حل کریں۔

حل:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+8} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x+8+x}{x(x+8)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x+8}{x^2+8x} = \frac{1}{3}$$

$$x^2+8x = 6x+24$$

$$x^2+2x-24 = 0$$

$$(x+6)\ (x-4) = 0$$

$x+6 = 0$ یا $x-4 = 0$

$x = -6$ یا $x = 4$

حل سیٹ $= \{4, -6\}$

مثال 6:- $2x+4 = \frac{7}{x}-1$ حل کیجیے۔

حل:

$$2x+4 = \frac{7}{x}-1$$

$$x(2x+4) = x(\frac{7}{x}-1)$$ ← 'x' سے ضرب دینے سے

$$2x^2 + 4x = 7 - x$$
$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$
$$(2x+7)(x-1) = 0$$

$a \times c = 2 \times (-7) = -14$

$2x \quad 7$	$7x$
$\downarrow x \quad -1$	$-2x$
$2x^2 \quad -7$	$5x$

$(2x+7)(x-1)$

$$2x + 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7}{2}$$
یا $$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$
حل سیٹ $$= \left\{\frac{-7}{2}, 1\right\}$$

مشق 5.1

I- بذریعہ تجزی حل کریں۔

1. $x^2 - 4x + 12 = 0$ **2.** $x^2 - 6x + 5 = 0$ **3.** $x^2 = 8 - 7x$

4. $5x = x^2 + 6$ **5.** $3x^2 - 10x + 8 = 0$ **6.** $2x^2 + 15x - 8 = 0$

7. $\frac{x}{4}(x+1) = 3$ **8.** $3x^2 - 8x - 3 = 0$ **9.** $2x = \frac{2}{x} + 3$

10. $5x^2 - 6x - 8 = 0$ **11.** $(2x+3)(x-2) = 0$

12. $(2x+1)(5x-4) = 0$ **13.** $4x(3x-1) - 2 = (2x-1)(5x+1)$

II- تکمیل مربع کے طریقہ سے حل کریں۔

14. $x^2 - 10x - 3 = 0$ **15.** $x^2 - 6x - 3 = 0$

16. $x^2 + x - 1 = 0$ **17.** $x^2 + 6x - 3 = 0$

18. $2x^2 - 4x + 1 = 0$ **19.** $2x^2 - 6x + 3 = 0$

20. $3x^2 + 5x - 4 = 0$ **21.** $x^2 + mx + n = 0$

22. $11x^2 = 6x + 21$ **23.** $2x^2 + 8x - 26 = 0$

24. $5x^2 - 20x - 28 = 0$ **25.** $x^2 - 11x - 26 = 0$

5.3 دودرجی مساوات کا کلیہ THE QUADRATIC FORMULA

دودرجی کلیہ، دودرجی مساوات کو حل کرنے کے طریقوں میں سے ایک ہے۔ عموماً یہ کلیہ وہاں استعمال کیا جاتا ہے جہاں تجزی مشکل یا ناممکن ہوتی ہے۔

5.3.1 دودرجی کلیہ اخذ کرنا Derivation of Quadratic Formula

دودرجی مساوات کی عمومی شکل

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0$$

جبکہ a, b, c حقیقی اعداد ہیں۔

اب ہم تمام دودرجی مساواتوں کے حل میں استعمال ہونے والا تکمیل مربع کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0$$

سب سے بڑے درجے والی رقم x^2 کا عددی سر '1' بنانے کے لیے مساوات کو 'a' سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{-c}{a}$$

x کے عددی سر $\frac{b}{a}$ کا نصف $\frac{b}{2a}$ کا مربع $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ بائیں طرف کا مربع مکمل کرنے کے لیے مساوات کے دونوں جانب جمع کرتے ہیں۔

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

دودرجی مساوات کو حل کرنے کے طریقے
(i) تجزی کا طریقہ
(ii) تکمیل مربع کا طریقہ
(iii) دودرجی کلیہ کا استعمال

آخری مساوات دودرجی کلیہ کہلاتی ہے۔

مثال 1:-

$2x + \frac{3}{2} = x^2$ دو درجی کلیہ کی مدد سے حل کیجیے۔

حل:

$$2x + \frac{3}{2} = x^2$$

$$4x + 3 = 2x^2$$ ← کسر کو ختم کرنے کے لیے دونوں اطراف 2 سے ضرب دی اور مساوات کو معیاری صورت میں لکھا

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

چونکہ $a = 2$

$b = -4$

$c = -3$

کلیہ $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

کلیہ میں قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

حل سیٹ $$= \left\{ \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \quad , \quad \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \right\}$$

مثال 2:- $4x^2 + 3x - 2 = 0$ دو درجی کلیہ کی مدد سے حل کیجیے۔

حل:

$$4x^2 + 3x - 2 = 0$$

یہاں $a = 4 \,,\; b = 3 \,,\; c = -2$

کلیہ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

کلیہ میں قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(4)(-2)}}{2(4)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 32}}{8}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{8}$$

حل سیٹ $= \left\{ \dfrac{-3 + \sqrt{41}}{8} \,,\; \dfrac{-3 - \sqrt{41}}{8} \right\}$

مثال 3:- $9x^2 - 42x + 49 = 0$ دو درجی کلیہ کی مدد سے حل کیجیے۔

حل:

$$9x^2 - 42x + 49 = 0$$

چونکہ $a = 9 \,,\; b = -42 \,,\; c = 49$

کلیہ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

کلیہ میں قیمتیں درج کرنے سے

$$x = \frac{-(-42) \pm \sqrt{(-42)^2 - 4(9)(49)}}{2(9)}$$

$$x = \frac{42 \pm \sqrt{1764 - 1764}}{18} \Rightarrow x = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$$

حل سیٹ $= \left\{ \dfrac{7}{3} \right\}$

مثال 4:-

$(x+5)^2+(2x-1)^2-67=(x+5)(2x-1)$ دو درجی کلیہ کی مدد سے حل کریں۔

حل:

$$(x+5)^2+(2x-1)^2-67=(x+5)(2x-1)$$

معیاری صورت میں لانے کے لیے

$$x^2+10x+25+4x^2-4x+1-67=2x^2+10x-x-5$$

$$5x^2+6x-41=2x^2+9x-5$$

$$3x^2-3x-36=0$$

$$x^2-x-12=0$$ ← 3 پر تقسیم کرنے سے

معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$a=1\ ,\ b=-1\ ,\ c=-12$

کلیہ $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

کلیہ میں قیمتیں درج کرنے سے

پس $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4(1)(-12)}}{2(1)}$

$$=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{49}}{2}$$

$$x=\frac{1\pm7}{2}$$

$x=\dfrac{1+7}{2}$ یا $x=\dfrac{1-7}{2}$

$x=4$ یا $x=-3$

حل سیٹ $=\{4,-3\}$

مثال 5:-

$\frac{x-5}{2x} = \frac{x-4}{3}$ دو درجی کلیہ کی مدد سے حل کریں۔

حل:

$$\frac{x-5}{2x} = \frac{x-4}{3}$$

$$3(x-5) = 2x(x-4)$$

$$3x-15 = 2x^2 - 8x$$

$$2x^2 - 11x + 15 = 0$$

یہاں پر $a = 2\ ,\ b = -11\ ,\ c = 15$

کلیہ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(2)(15)}}{2(2)}$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{121-120}}{4}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{11 \pm 1}{4}$$

$x = \frac{11+1}{4}$ یا $x = \frac{11-1}{4}$

$x = \frac{12}{4}$ یا $x = \frac{10}{4}$

$x = 3$ یا $x = \frac{5}{2}$

حل سیٹ $= \left\{3, \frac{5}{2}\right\}$

مشق 5.2

دو درجی کلیہ کی مدد سے حل کریں۔

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$

2. $(3 - 4x) = (4x - 3)^2$

3. $3x^2 + x - 2 = 0$

4. $10x^2 - 5x = 15$

5. $(x - 1)(x + 3) - 12 = 0$

6. $x(2x + 7) - 3(2x + 7) = 0$

7. $\frac{x+1}{x+4} = \frac{2x-1}{x+6},$ جبکہ $x \neq -4, -6$

8. $\frac{x}{6} + \frac{6}{x} = \frac{4}{x} + \frac{x}{4},$ جبکہ $x \neq 0$

9. $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = \frac{10}{3}$ جبکہ $x \neq -4$

10. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{2}{x-3}$ جبکہ $x \neq 1, 2, 3$

11. $(x + 4)(x - 1) + (x + 5)(x + 2) = 6$

12. $(2x + 4)^2 - (4x - 6)^2 = 0$

5.3.3 دودرجی مساواتوں کی مدد سے مسائل کا حل
Problems Involving Quadratic Equations

مثال 1:-

ایسے دو مسلسل مثبت طاق اعداد معلوم کریں جن کے مربعوں کا مجموعہ 130 ہو۔

حل: فرض کیا کہ

$x =$ پہلا طاق عدد

$x + 2 =$ دوسرا طاق عدد

بموجب شرط سوال $x^2 + (x+2)^2 = 130$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 130$$

$$2x^2 + 4x - 126 = 0$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$ ← 2 پر تقسیم کرنے سے

$$x^2 + 9x - 7x - 63 = 0$$

$$x(x+9) - 7(x+9) = 0$$

$$(x+9)\ (x-7) = 0$$

$x - 7 = 0$ یا $x + 9 = 0$

$x = 7$ یا $x = -9$

$x = -9$ حل نہیں ہے کیونکہ یہ ایک منفی عدد ہے۔

جب $x = 7$

$$x + 2 = 7 + 2 = 9$$

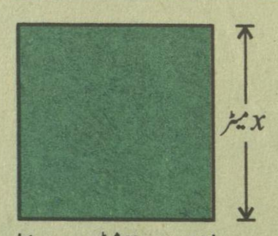
∴ دو مسلسل مثبت طاق اعداد 7، 9 ہیں

مربع کا رقبہ 10 مربع میٹر ہے۔

مربع کے ضلع کی لمبائی x میٹر ہے۔

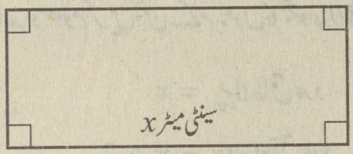
ایسی مساوات لکھیے جو ظاہر کرے کہ مربع کا رقبہ 10 مربع میٹر ہے۔

x کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات کو حل کریں۔



مثال 2:-

مستطیل کا احاطہ 22 سینٹی میٹر اور اس کا رقبہ 24 مربع سینٹی میٹر ہے۔ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔



حل: فرض کیا کہ

مستطیل کی لمبائی = x سینٹی میٹر

مستطیل کا احاطہ = 2(لمبائی + چوڑائی)

$\therefore$ 22 = 2(x + چوڑائی)

مستطیل کی چوڑائی = $\frac{22-2x}{2}$

= $(11-x)$ سینٹی میٹر

مستطیل کا رقبہ = $x(11-x)$

$$24 = 11x - x^2$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$(x-3)\ (x-8) = 0$$

اس لیے $x = 3$ یا $x = 8$

جب $x = 3$ ہو تو چوڑائی = $11 - 3$

= 8 سینٹی میٹر

جب $x = 8$ ہو تو چوڑائی = $11 - 8$

= 3 سینٹی میٹر

چونکہ لمبائی مقدار میں بڑی ہوتی ہے

پس لمبائی = 8 سینٹی میٹر

چوڑائی = 3 سینٹی میٹر

مثال 3:- ایک آدمی کی موجودہ عمر اپنے بیٹے کی عمر کا پانچ گنا ہے۔ 4 سال پہلے دونوں کی عمروں کا حاصل ضرب 52 تھا۔ ان کی موجودہ عمریں معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا بیٹے کی موجودہ عمر = x سال

باپ کی موجودہ عمر = $5x$ سال

4 سال پہلے بیٹے کی عمر = $x - 4$ سال

4 سال پہلے باپ کی عمر = $5x - 4$ سال

شرط سوال کے مطابق $(x-4)\ (5x-4) = 52$

$$5x^2 - 24x + 16 = 52$$

$$5x^2 - 24x - 36 = 0$$

$$5x^2 - 30x + 6x - 36 = 0$$

$$5x(x-6) + 6(x-6) = 0$$

$$(5x+6)\ (x-6) = 0$$

$5x + 6 = 0$ یا $x - 6 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{-6}{5}\ , \quad \Rightarrow x = 6$$

چونکہ بیٹے کی عمر $-\frac{6}{5}$ سال نہیں ہوسکتی لہٰذا بیٹے کی موجودہ عمر 6 سال ہے۔

چونکہ بیٹے کی عمر = 6 سال

باپ کی عمر = 30 سال

مثال 4:- دو مسلسل مثبت عدد معلوم کریں جن کے مربعوں کا مجموعہ 113 ہو۔

حل: فرض کیا کہ x ، $x + 1$ مطلوبہ مسلسل مثبت اعداد ہیں

دی گئی شرط کے مطابق $x^2 + (x+1)^2 = 113$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

← 2 پر تقسیم کرنے سے

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x+8)\ (x-7) = 0$$

$x + 8 = 0$ یا $x - 7 = 0$

$x = -8$ یا $x = 7$

$$x + 1 = 7 + 1 = 8$$

∴ مطلوبہ اعداد 7 اور 8 ہیں

مشق 5.3

1. دو ایسے مسلسل مثبت طاق اعداد معلوم کیجیے جن کے مربعوں کا مجموعہ 74 ہے۔

2. دو ایسے مسلسل مثبت جفت اعداد معلوم کریں جن کے مربعوں کا مجموعہ 164 ہو۔

3. دو اعداد کا فرق 9 ہے اور ان کا حاصل ضرب 162 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔

4. مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب $(x + 3)$ سینٹی میٹر اور $(2x - 5)$ سینٹی میٹر ہیں۔ اگر مثلث کا رقبہ 20 مربع سینٹی میٹر ہو تو x کی قیمت معلوم کریں۔

5. کسی مستطیل کا احاطہ اور رقبہ بالترتیب 22 سینٹی میٹر اور 30 مربع سینٹی میٹر ہیں۔ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کریں۔

6. دو مسلسل مثبت اعداد کا حاصل ضرب 156 ہے۔ اعداد معلوم کریں

7. دو ایسے مسلسل مثبت طاق اعداد معلوم کریں۔ جن کے ضربی معکوس کا فرق $\frac{2}{63}$ ہے۔

8. دو مثبت اعداد کا مجموعہ 12 اور ان کے مربعوں کا مجموعہ 80 ہے۔ اعداد معلوم کریں۔

جائزہ مشق-5

I- صحیح جوابات کے گرد دائرہ لگائیے۔

1. دو درجی مساوات کا درجہ ہوتا ہے۔

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) 3

2. ایک متغیر میں خطی مساوات کا درجہ ہوتا ہے۔

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) 3

3. $2x^2 = 3x$ کی تجزی ہے۔

(a) 0 (b) $x(2x-3)$

(c) $2x^2 - 3x$ (d) $3x - 2x^2$

4. $(x-2)^2 = 4$ کا حل سیٹ ہے۔

(a) $\{0, 4\}$ (b) $\{-6, 2\}$

(c) $\{-6 - 2\}$ (d) $\{2, 6\}$

5. دو درجی مساوات کو حل کرنے کے طریقے ہیں۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

6. $x^2 - 5x + 6 = 0$ کا حل سیٹ ہے۔

(a) $\{3\}$ (b) $\{2\}$ (c) $\{2,3\}$ (d) $\{-2, -3\}$

7. $x^2 - 9 = 0$ کا حل سیٹ ہے۔

(a) $\{9\}$ (b) $\{\pm 9\}$ (c) $\{\pm 3\}$ (d) $\{3\}$

8. $x^4 - 16$ کی تجزی ہے۔

(a) $(x-2)(x+2)$ (b) $(x-2)(x+2)(x-4)$

(c) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$ (d) $(x-2)^2$

9. $x^2 = 1$ کا حل سیٹ ہے۔

(a) $\{1\}$ (b) $\{\pm 1\}$ (c) $\{\pm i\}$ (d) $\{-1\}$

10. $x^2 + 2x + 1 = 0$ کا حل سیٹ ہے۔

(a) $\{-1, -1\}$ (b) $\{-1\}$ (c) $\{0\}$ (d) کوئی حل نہیں ہے

II- خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

1. ایک متغیر والی مساوات جس کا درجہ '2' ہو ________ مساوات کہلاتی ہے۔

2. $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ________ کہلاتا ہے۔

3. $2x^2 - 3x$ کی تجزی ________ ہے۔

4. $(x-1)^2 = 4$ کا حل سیٹ ________ ہے۔

5. دو درجی مساوات حل کرنے کے طریقے ________ ہیں۔

6. اگر کسی دو درجی مساوات کو حل کرنے کے لیے تجزی کا طریقہ نہ استعمال ہو سکے تو اسے حل کرنے کے لیے ________ استعمال کرتے ہیں۔

7. $x^2 - 5x + 6 = 0$ کا حل سیٹ ________ ہے۔

8. $x^2 - 9 = 0$ کا حل سیٹ ________ ہے۔

9. $x^4 - 16$ کی تجزی ________ ہے۔

10. $x^2 = 1$ کا حل سیٹ ________ ہے۔

خلاصہ SUMMARY

دو درجی مساوات: ایک متغیر میں دو درجی مساوات ایک ایسی مساوات ہوتی ہے کہ جیسے $ax^2 + bx + c = 0$ کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے جبکہ $a \neq 0$ اس میں 'x' متغیر ہوتا ہے اور a, b, c حقیقی اعداد ہوتے ہیں۔

دو درجی مساوات کا حل: ہم دو درجی مساوات کو حل کر سکتے ہیں۔

(i) تجزی کے طریقہ سے (ii) تکمیل مربع کے طریقہ سے

دو درجی کلیہ: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$