یونٹ

8

PRACTICAL GEOMETRY عملی جیومیٹری

- مثلث بنانا
- چوکور بنانا
- دائرہ کا مماس

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- ایسی مثلث بنائیں جس کی معلوم ہوں
  - دو اضلاع اور درمیانی زاویہ
  - دو زاویے اور ایک ضلع
  - اس کے دو اضلاع اور کسی ایک ضلع کے مخالف زاویہ (تینوں ممکنات)
- بنا سکیں۔
  - مثلث کے زاویوں کے ناصف
  - مثلث کے ارتفاع
  - مثلث کے وسطانیے اور ان کا ایک نقطہ پر ملنا
- مستطیل بنا سکیں جبکہ
  - دو اضلاع معلوم ہوں
  - وتر اور کوئی ایک ضلع معلوم ہو
- مربع بنا سکیں جبکہ اس کا وتر معلوم ہو
- متوازی الاضلاع بنا سکیں جبکہ اس کے متصلہ اضلاع اور درمیانی زاویہ معلوم ہو۔
- دیے گئے دائرے کے مرکز کا تعین کر سکیں
- تین غیر ہم خط نقاط میں سے دائرہ کھینچ سکیں۔
- کسی نقطہ P سے دائرہ کا مماس کھینچ سکیں۔
  - جب P دائرہ پر واقع ہو۔
  - جب P دائرہ سے باہر واقع ہو۔
- بنا سکیں
  - مشترک راست مماس یا مشترکہ بیرونی مماس
  - دو مساوی دائروں کے مشترک معکوس یا اندرونی مماس
- مماس کھینچ سکیں
  - دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں پر
  - دو غیر مساوی متقاطع دائروں پر

8.1 مثلث بنانا CONSTRUCTION OF A TRIANGLE

جب ہمیں کوئی شکل بنانا مقصود ہو تو ہم آلات جیومیٹری استعمال کرتے ہیں جن کے نام پیمانہ، پرکار وغیرہ ہیں۔

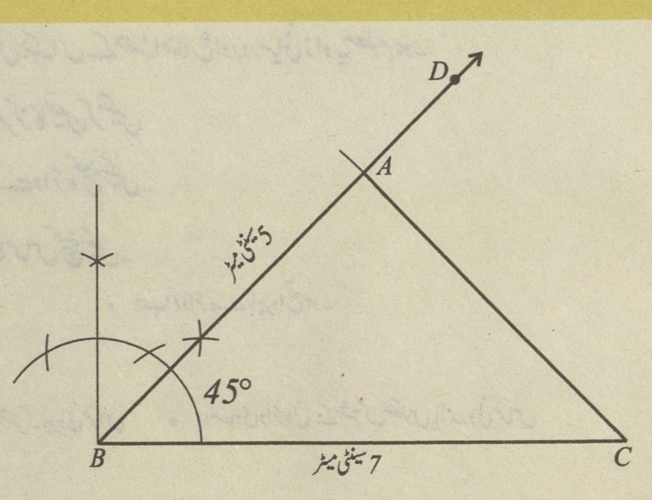
8.1.1 بناوٹ Construction

- مثلث بنانا جبکہ اس کے دو اضلاع اور درمیانی زاویہ معلوم ہوں۔

فرض کیا مطلوبہ مثلث کے اضلاع 7 سینٹی میٹر اور 5 سینٹی میٹر اور ان کا درمیانی زاویہ $45°$ ہے۔

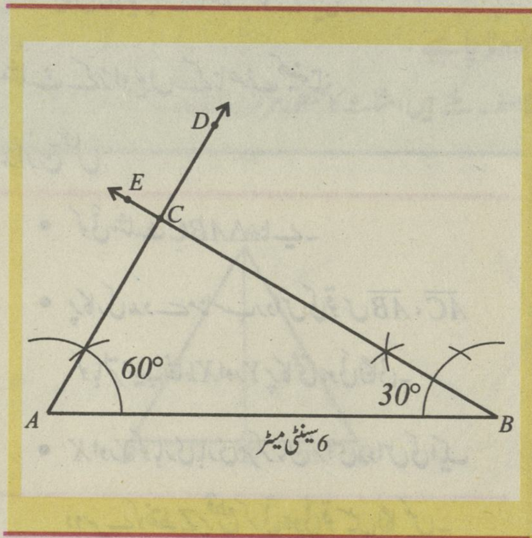
مدارج عمل:

- کوئی سا قطعہ خط $m\overline{BC} =$ 7 سینٹی میٹر کھینچا۔
- نقطہ B پر زاویہ $m\angle DBC = 45°$ کھینچا۔
- B کو مرکز مان کر $\overline{BD}$ کو نقطہ A پر کاٹتی ہوئی قوس لگائی۔
- A کو C سے ملایا۔
- ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔



- مثلث بنانا جبکہ دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع معلوم ہو۔

فرض کیا کہ دو زاویے $m\angle A = 60°$ اور $m\angle B = 30°$ ہیں۔ اور درمیانی ضلع $m\overline{AB} =$ 6 سینٹی میٹر ہے۔

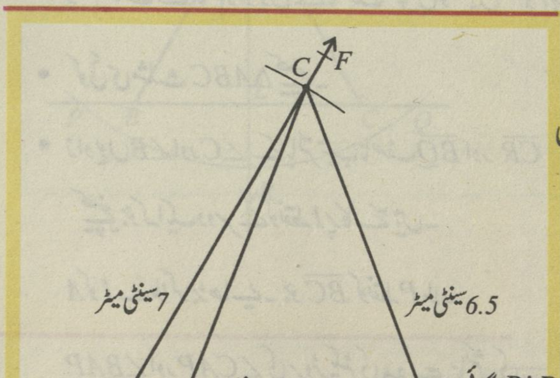


مدارج عمل:

- کوئی سا قطعہ خط $AB =$ 6 سینٹی میٹر کھینچا۔
- پرکار کی مدد سے نقطہ A پر زاویہ $m\angle BAD = 60°$ کھینچا۔
- پرکار کی مدد سے نقطہ B پر زاویہ $m\angle EBA = 30°$ کھینچا۔
- $\overrightarrow{AD}$ اور $\overrightarrow{BE}$ دونوں آپس میں نقطہ C پر قطع کرتے ہیں۔
- ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔

- مثلث بنانا جبکہ اس کے دو اضلاع اور کسی ایک ضلع کے سامنے والا زاویہ معلوم ہو۔

فرض کیا کہ $m\overline{BC} = 6.5cm$, $m\overline{AC} = 7cm$, $m\angle A = 60$ ہے۔



مدارج عمل:

- کسی خط AG پر زاویہ $m\angle GAF = 60°$ پرکار کی مدد سے کھینچا۔
- $\overrightarrow{AF}$ پر پرکار کی مدد سے $m\overline{AC} =$ 7 سینٹی میٹر قطع کیا۔
- نقطہ C کو مرکز مان کر پرکار کی مدد سے $\overleftrightarrow{AG}$ پر ایک قوس $B'B$ لگائی
- C کو B' اور B سے کو ملایا۔

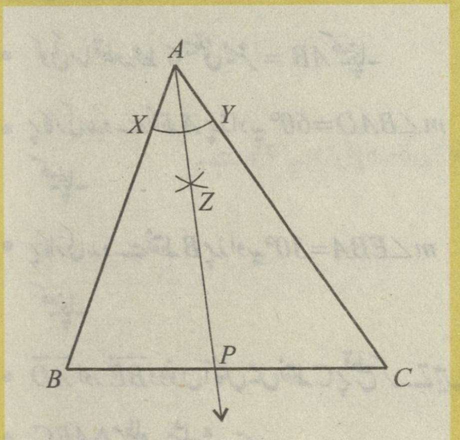
ΔCAB اور $\Delta CAB'$ دو مطلوبہ مثلثات ہیں۔

8.1.2 مثلث کے زاویوں کے ناصف Angle Bisectors of a Triangle

کسی مثلث کے زاویہ کا ناصف اس زاویہ کو تنصیف کرتا ہے اور سامنے والے ضلع کو ملتا ہے۔ صاف ظاہر ہے کہ یہ مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف ہوتے ہیں۔

مثلث کے زاویوں کے ناصف کھینچنا:

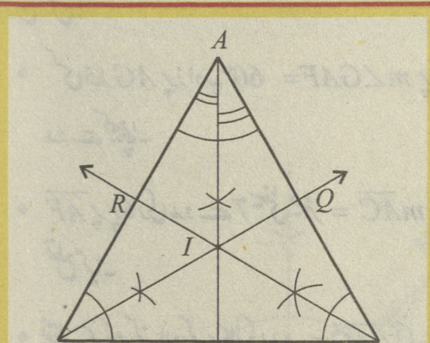
مدارج عمل:



- کوئی مثلث ΔABC بنایئے۔
- پرکار کی مدد سے مناسب رداس کی قوس $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ کو بالترتیب نقاط X اور Y پر کاٹتی ہوئی لگائی۔
- X اور Y کو باری باری مرکز مان کر اسی رداس کی ایک دوسرے کو نقطہ Z پر قطع کرتی ہوئی قوسیں لگائیں۔
- AZ کو ملا کر بڑھایا جس نے $\overline{BC}$ کو نقطہ P پر کاٹا۔ پس $\overline{AP}$ زاویہ A کا مطلوبہ ناصف ہے۔

اسی طرح دوسرے زاویوں کے ناصف کھینچے جا سکتے ہیں۔

اگر ہم مثلث کے تمام زاویوں کے ناصف کھینچیں تو ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ یہ آپس میں ایک نقطہ پر ملتے ہیں مثلاً



- کوئی سی مثلث ΔABC کھینچیے۔
- زاویوں $\angle B$ اور $\angle C$ کے بالترتیب ناصف $\overline{BQ}$ اور $\overline{CR}$ کھینچے جو کہ ایک دوسرے کو نقطہ I پر کاٹتے ہیں۔

A کو I سے ملا کر بڑھایئے۔ جو $\overline{BC}$ کو نقطہ P ملا۔

$\angle BAP$ اور $\angle CAP$ کی پروٹریکٹر کی مدد سے پیمائش کی۔

ہمیں پتا چلا کہ $m\angle BAP = m\angle CAP$

جس سے ظاہر ہوا کہ $\overline{AP}$ مثلث ABC کے تیسرے زاویے کا ناصف ہے۔

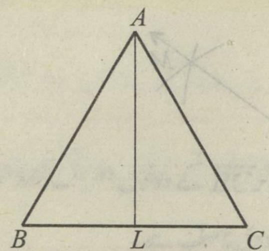
ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ دو زاویوں کے ناصفوں کا نقطہ تقاطع تیسرے زاویے کے ناصف پر بھی واقع ہے۔

مثلث کے زاویوں کے ناصف باہم ایک نقطہ پر مرتکز ہوتے ہیں۔
یعنی وہ ایک ہی نقطہ پر ملتے ہیں۔

ہمیں علم ہونا چاہیے

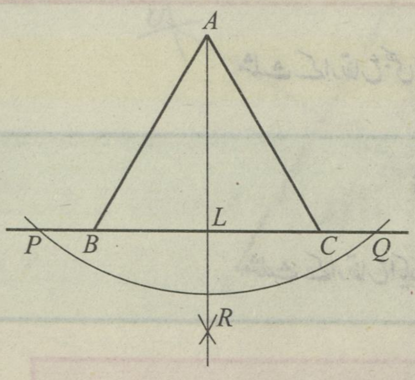
وہ نقطہ جہاں مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف ملتے ہیں، مثلث کا محصور مرکز کہلاتا ہے۔

مثلث کے ارتفاع Altitudes of a Triangle



مثلث کا ارتفاع اس کے کسی راس سے مخالف ضلع پر عمود ہوتا ہے۔ واضح رہے کہ کسی مثلث کے تین ارتفاع ہوتے ہیں۔ ہر ایک راس سے مخالف ضلع پر عمود۔

مثلث کے ارتفاع کھینچنا



مدارج عمل:

- کوئی سی بھی مثلث ABC کھینچیے۔
- A کو مرکز مان کر مناسب رداس کی قوس اس طرح لگایے جو BC کو دو نقاط P اور Q پر کاٹے۔
- $\overline{PQ}$ کے نصف سے زیادہ رداس کی P اور Q کو باری باری مرکز مان کر آپس میں نقطہ R پر قطع کرتی ہوئی قوسیں لگائیں۔
- نقطہ A کو R سے ملایا۔ جس نے $\overline{BC}$ کو L پر کاٹا پس $\overline{AL}$ مطلوبہ ارتفاع ہے۔
- اسی طرح دوسرے ارتفاع کھینچے جا سکتے ہیں۔

ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ مثلث کے تینوں ارتفاع ایک نقطہ میں گزرتے ہیں۔ (بڑھانے پر اگر ضروری ہو) مثلاً

- کوئی مثلث ABC بنائیے۔

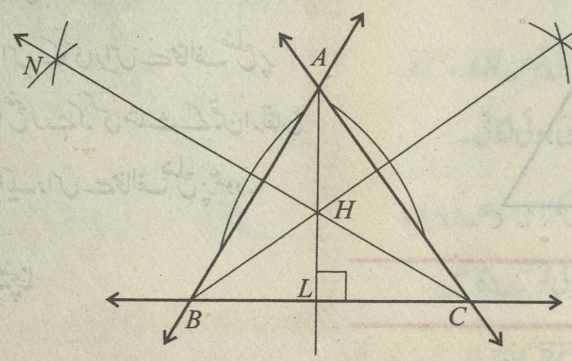
نقاط B اور C سے بالترتیب $\overline{BM}$ اور $\overline{CN}$ عمود گرائیے۔

فرض کیا $\overline{BM}$ اور $\overline{CN}$ ایک نقطہ H پر ملتے ہیں (بڑھانے پر اگر ضرورت پڑے)۔

A کو H سے ملا کر بڑھایئے تاکہ وہ BC نقطہ L پر ملے۔

زاویہ ALC کی پیمائش کیجیے۔

ہمیں پتا چلتا ہے کہ $m\angle ALC = 90^o$ لہٰذا $\overline{AL}$ بھی مثلث ABC کا ارتفاع ہے۔



مثلث کے ارتفاع بھی ہم نقطہ ہوتے ہیں یعنی وہ ایک نقطہ پر ملتے ہیں۔

ہمیں علم ہونا چاہیے کہ

مثلث کے ارتفاع ایک نقطہ پر ملتے ہیں جو کہ مرکز ارتفاع کہلاتا ہے۔

نوٹ:

- کسی متساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع پر گرائے گئے ارتفاع مساوی ہوتے ہیں۔
- متساوی الساقین مثلث کے قاعدہ پر ارتفاع اس کی تنصیف کرتا ہے۔
- مساوی الاضلاع کے ارتفاع مساوی ہوتے ہیں۔
- کسی مثلث کے ارتفاع ہم نقطہ ہوتے ہیں یعنی وہ ایک نقطہ پر ملتے ہیں۔

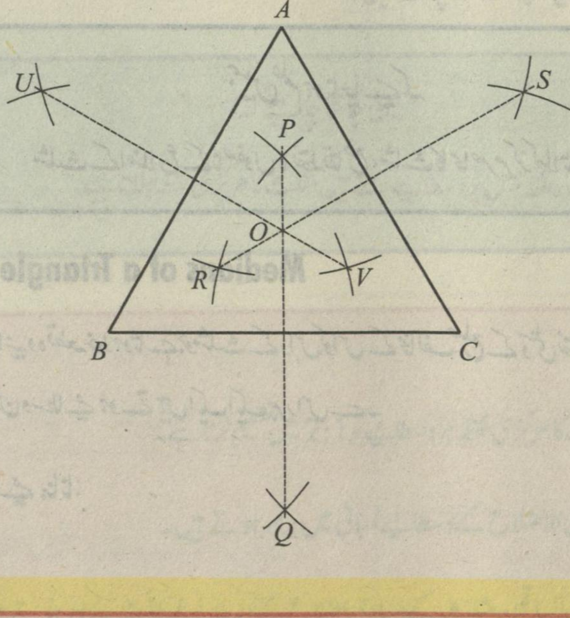
مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف Perpendicular Bisectors Of The Sides Of A Triangle

ایسا قطعہ خط جو کسی مثلث کے ضلع کی تنصیف کرے اور وہ اس ضلع پر عمود ہو تو وہ مثلث کے اس ضلع کا عمودی ناصف کہلاتا ہے۔ مثلث کے ہر ضلع پر عمودی ناصف ہوتا ہے۔ کسی مثلث کے تین اضلاع کے ہر ایک کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

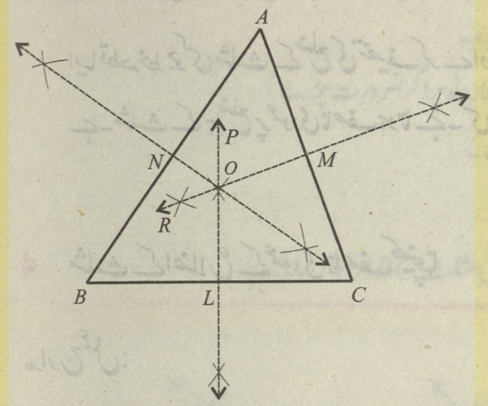
مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف کھینچنا

مدارج عمل:

- کوئی مثلث ABC بنایئے۔
- $\overline{BC}$ کے نصف سے زائد مقدار کے رداس کی B اور C کو مراکز مان کر $\overline{BC}$ کے دونوں اطراف نقاط P اور Q پر قطع کرتی قوسیں لگایئے۔ P اور Q کو ملایئے پس $\overline{PQ}$، ضلع $\overline{BC}$ کا عمودی ناصف ہے۔



- اسی طرح $\overline{AC}$ اور $\overline{AB}$ کے بالترتیب $\overline{UV}$ اور $\overline{RS}$ عمودی ناصف کھینچیے۔
- (اگر ضرورت ہو ان عمودی ناصفوں کو بڑھایئے) یہ نقطہ O پر ملتے ہیں۔



ہم مشاہدہ کرتے ہیں یہ ایک نقطہ پر ملتے ہیں

- کوئی مثلث ABC بنایئے۔
- اضلاع $\overline{BC}$ اور $\overline{AC}$ پر بالترتیب عمودی ناصف $\overline{PL}$ اور $\overline{RM}$ کھینچیے جو کہ نقطہ O پر کاٹتے ہیں۔ O سے عمود $\overline{ON}$, $\overline{AB}$ پر کھینچیے۔ ماپنے سے پتا چلتا ہے کہ $m\overline{AN} = m\overline{NB}$۔

پس $\overline{ON}$ عمودی ناصف ہے $\overline{AB}$ کا۔

پس مثلث ABC کے تینوں عمودی ناصف ایک ہی نقطہ O میں سے گزرتے ہیں۔

مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف ہم نقطہ ہوتے ہیں یعنی ایک نقطہ پر ملتے ہیں

ہمیں علم ہونا چاہیے کہ

مثلث کے اضلاع کے ناصفوں کا نقطہ تقاطع، مثلث کا محاصر مرکز کہلاتا ہے۔

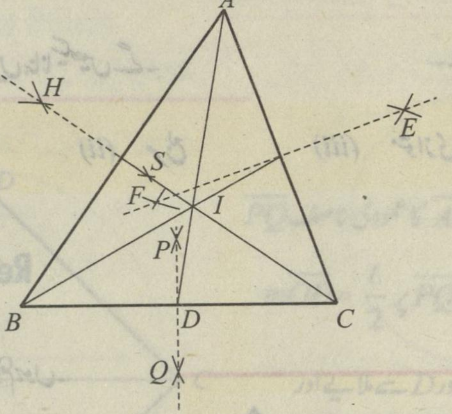
مثلث کے وسطانیے **Medians of a Triangle**

کسی مثلث کا وسطانیہ وہ قطعہ خط ہوتا ہے جو مثلث کے راس کو اس کے مخالف ضلع کے وسطی نقطہ سے ملاتا ہے۔ صاف ظاہر ہے کہ ہر مثلث کے تین وسطانیے ہوتے ہیں ایک ایک ہر راس سے۔

مثلث کے وسطانیے بنانا:

مدارج عمل:

- کوئی مثلث ABC بنایئے۔
- $\overline{BC}$ کے نصف سے زائد کی پرکار کھول کر B کو مرکز مان کر $\overline{BC}$ کے دونوں طرف قوسیں لگایئے اسی طرح C کو مرکز مان کر $\overline{BC}$ کے دونوں طرف اسی رداس کی قوسیں لگایئے جو پہلی قوسوں کو بالترتیب نقاط P اور Q پر کاٹتی ہیں۔



- P اور Q کو ملایے جو $\overline{BC}$ پر نقطہ D میں گزرتا ہے، پس نقطہ D، $\overline{BC}$ کا وسطی نقطہ ہے۔
- A کو D سے ملایے پس $\overline{AD}$ مطلوبہ وسطانیہ ہے۔

اسی طرح B اور C سے وسطانیے کھینچیے۔

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ یہ سب نقطہ 'I' پر ملتے ہیں۔

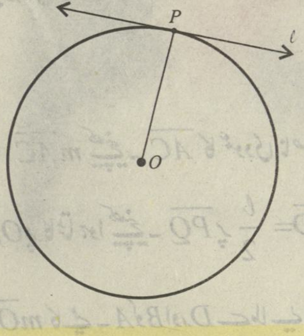
ہمیں جاننا چاہیے کہ:

وہ نقطہ جس پر وسطانیے ملتے ہیں مثلث کا مرکزی نقطہ کہلاتا ہے

نوٹ:

- مثلث کا مرکزی نقطہ ہر وسطانیے کو $2:1$ میں تقسیم کرتا ہے۔
- مساوی الاضلاع کے وسطانیے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔
- متساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع کے وسطانیے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔
- مثلث کے وسطانیے ایک ہی نقطہ پر مرتکز ہوتے ہیں۔

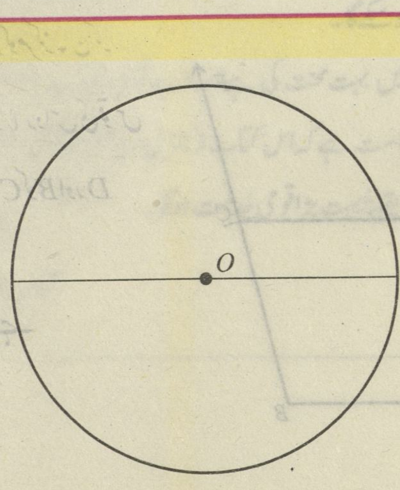
8.3 دائرہ کا مماس TANGENT TO THE CIRCLE



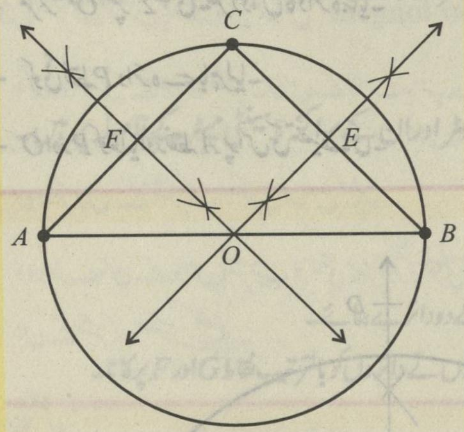
دائرہ کے ساتھ ہم سطح ایسا خط جو دائرہ کو ایک نقطہ پر مس کرتا ہو دائرہ کا خط مماس کہلاتا ہے اور یہ نقطہ جس پر خط مماس دائرہ کو مس کرتا ہے، نقطہ مماس کہلاتا ہے۔

8.3.1 دائرہ کا مرکز معلوم کرنا Locate the Centre of the Circle

- شکل میں ایک دائرہ دکھایا گیا ہے۔
- دائرہ کا مرکز نقطہ "O" پر ہے۔
- کسی دائرہ کا صرف ایک مرکز ہوتا ہے۔
- دائرہ کا مرکز اس کے خم پر واقع نہیں ہوتا۔
- دائرہ کا مرکز، قطر کا وسطی نقطہ ہوتا ہے۔
- دائرہ کے خمدار حصہ کے تمام نقاط مرکز سے یکساں فاصلہ پر ہوتے ہیں۔ اور ان کے فاصلے دائرہ کے رداس کہلاتے ہیں۔



8.3.2 تین غیر ہم خط نقاط میں سے دائرہ کھینچنا Draw a Circle Passing Through Three Non-Collinear Points



A، B اور C تین غیر ہم خط نقاط ہیں۔ ہم A، B اور C میں سے دائرہ گزارتے ہیں۔

مدارج عمل:

A، B اور C تین غیر ہم خط نقاط لیجیے۔

1- A کو B سے ملایے B کو C سے ملایے اور C کو A سے ملایے اس طرح شکل میں ΔABC بن جاتی ہے۔

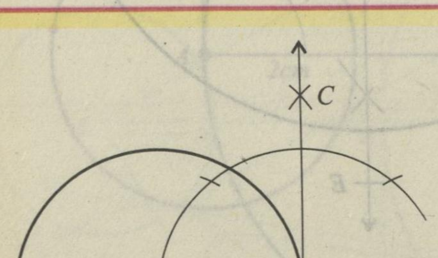
2- اضلاع $\overline{AC}$ ، $\overline{BC}$ کے عمودی ناصف کھینچیں جو کہ ΔABC اضلاع کو بالترتیب نقاط F اور E پر کاٹتے ہیں۔

3- یہ ناصف نقطہ "O" پر ملتے ہیں۔

4- "O" کو مرکز مان کر رداس $\overline{OA}$ کے برابر پرکار کھول کر دائرہ لگایے۔ یہ دائرہ نقاط B اور C میں سے بھی گزرتا ہے۔

$$m\,\overline{OA} = m\,\overline{OB} = m\,\overline{OC}$$

8.3.3 دائرہ کا مماس Tangent to a Circle



◀ دائرہ کے محیط پر واقع نقطہ پر دائرہ کا مماس کھینچنا

مدارج عمل:

1- نقطہ "O" کو مرکز مان کر 2 سینٹی میٹر رداس کا دائرہ بنایا۔

2- دائرہ پر کوئی نقطہ "A" لیا۔ نقطہ "A" کو O سے ملایا۔

3- پرکار کی مدد سے نقطہ A پر $m\angle \overline{OAC} = 90^o$ بنایا۔

4- $\overleftrightarrow{AC}$ دائرہ کا مطلوبہ مماس ہے۔

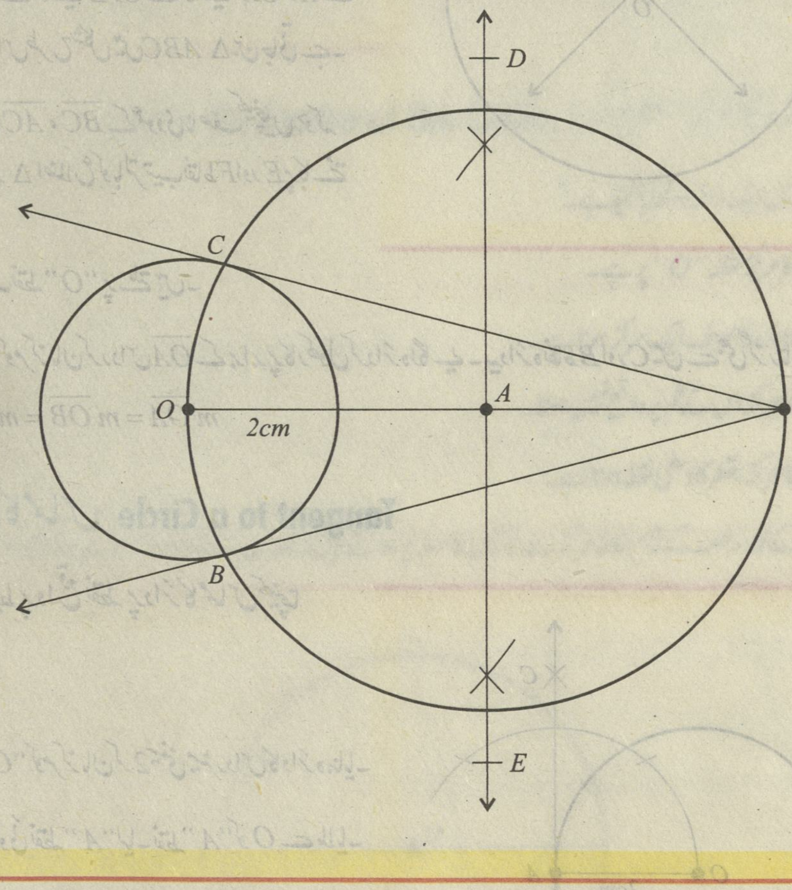
دائرہ کا بیرونی نقطہ سے مماس کھینچنا

مدارج عمل:

1- مرکز "O" پر 2 سینٹی میٹر رداس کا دائرہ بنایا۔

2- کوئی نقطہ P دائرہ سے باہر لیا۔

3- O اور P کو ملایا اور نقطہ A پر اس کی تنصیف کی۔



4- "A" کو مرکز مان کر رداس $m\,\overline{OA} = m\,\overline{AP}$ کا دائرہ لگایا جس نے دیے گئے دائرہ کو نقاط B اور C پر کاٹا۔

5- نقطہ P کو باری باری نقاط B اور C سے ملا کر بڑھایا۔

6- نقطہ P سے $\overrightarrow{PB}$ اور $\overrightarrow{PC}$ دو دیے ہوئے دائرہ پر مماس ہیں۔

8.3.4 دو یکساں دائروں کا مماس کھینچنا Drawing Tangent to Two Equal Circles

مشترک راست مماس یا بیرونی مماس Direct Common Tangent or External Tangent

اگر مشترک مماس کے دونوں دائروں کے ساتھ نقاط مماس دائروں کے مراکز کو ملانے والے خط ایک ہی جانب واقع ہوں تو وہ مشترکہ راست مماس یا بیرونی مماس کہلاتا ہے۔

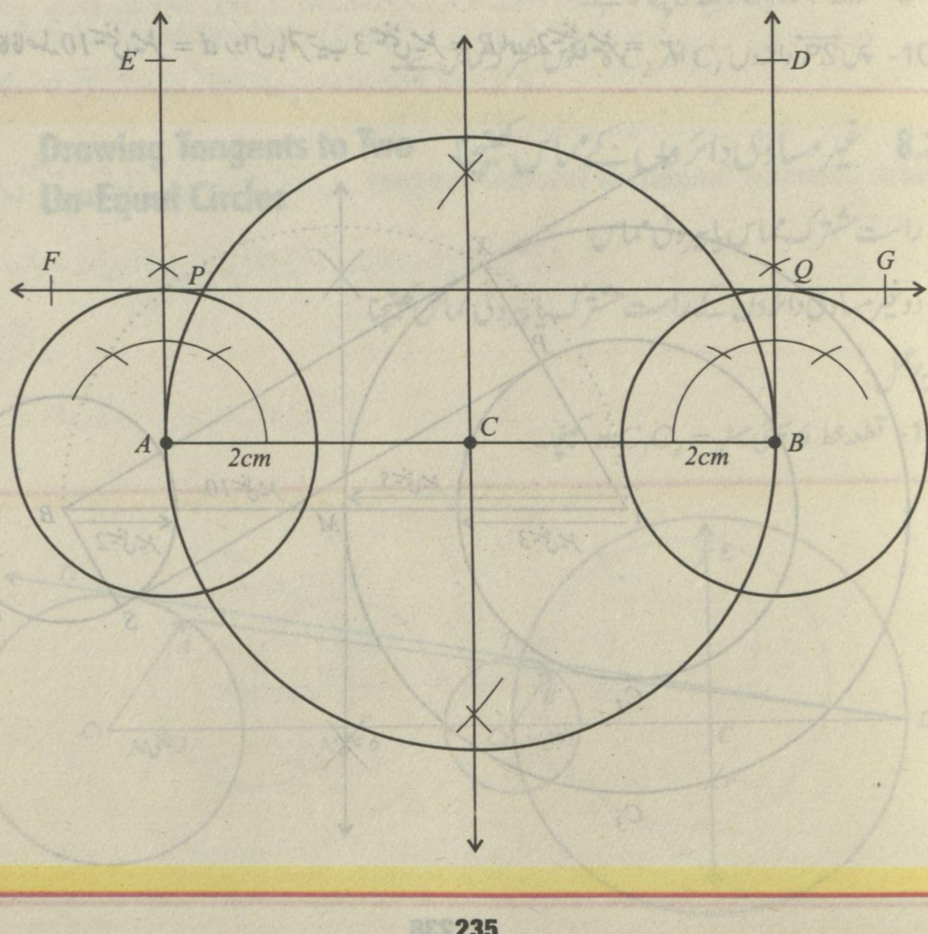
- دو دائروں کا مشترکہ راست مماس کھینچنا جن کے رداس 2 سینٹی میٹر اور ان کے مراکز 5 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر ہیں۔

مدارج عمل:

1- قطعہ خط AB برابر 5 سینٹی میٹر کھینچا۔

2- A اور B کو باری باری مرکز لے کر ہر ایک پر 2 سینٹی میٹر رداس کے دو دائرے بنائے۔

3- $m\angle ABD = 90^o$ اور $m\angle BAE = 90^o$ بنائے جنہوں نے دائروں کو بالترتیب نقاط G اور F پر کاٹا۔



4- G اور F کو ملایا۔

5- $\overline{GF}$ مطلوبہ مشترک بیرونی مماس ہے۔

معکوس مشترک مماس یا اندرونی مماس **Transverse Common Tangent or Internal Tangent**

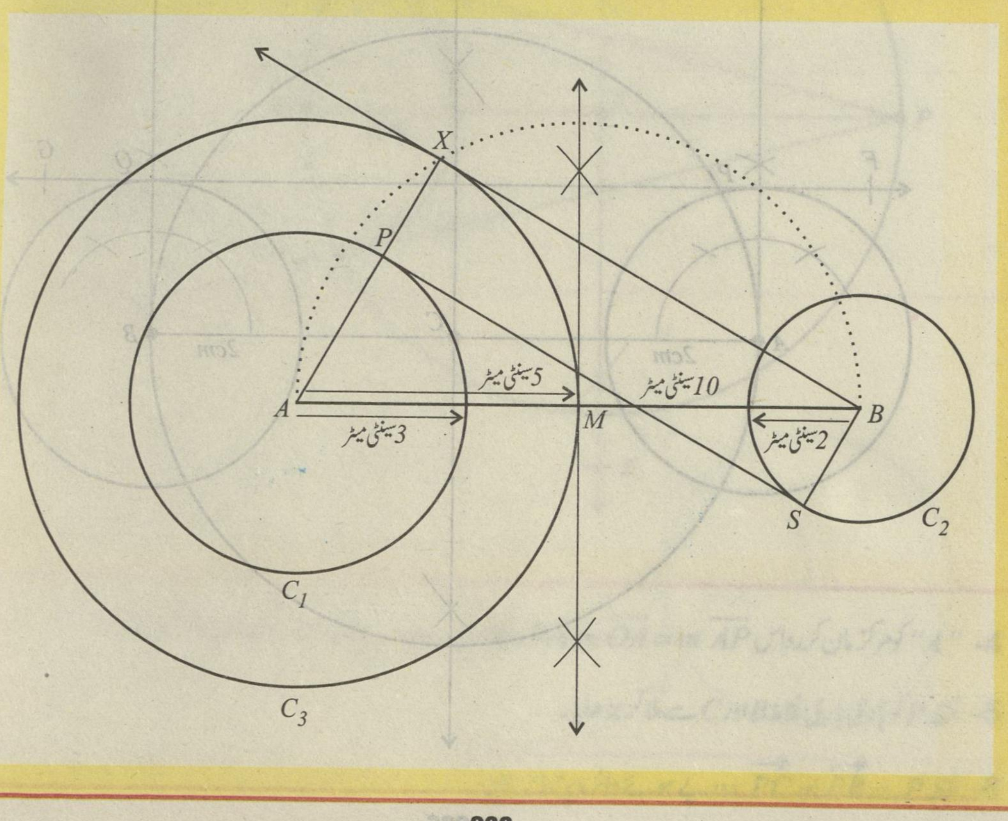
اگر دو دائروں کے مراکز مشترکہ مماس کے مخالف جانب واقع ہوں تو ایسا مماس معکوس مشترک مماس کہلاتا ہے۔

دو دائروں کے مشترک معکوس مماس کھینچنا۔

دو دائرے جن کے رداس بالترتیب 3 سینٹی میٹر اور 2 سینٹی میٹر ہیں اور ان کے مراکز 10 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر ہیں ان کے مشترک معکوس کھینچیے۔

مدارج عمل:

مراکز کا فاصلہ 10 سینٹی میٹر $= d$ رداس بالترتیب 3 سینٹی میٹر $= R$ اور 2 سینٹی میٹر $= r$



1- قطعہ خط 10 سینٹی میٹر = $m\overline{AB}$ کھینچیے۔

2- A مرکز پر دائرہ C_1 رداس 3 سینٹی میٹر کا کھینچیے۔

3- B مرکز پر دائرہ C_2 رداس 2 سینٹی میٹر کا کھینچیے۔

4- A مرکز پر دائرہ 5 سینٹی میٹر $+ 2 = 3$ رداس کا کھینچیے۔

5- $\overline{AB}$ کا درمیانی نقطہ M لیکر نصف دائرہ $m\overline{MB} = m\overline{MA}$ رداس کا کھینچیے جس نے 5 سینٹی میٹر رداس والے دائرے کو نقطہ X پر کاٹا۔

6- نقطہ B سے BX مماس 5 سینٹی میٹر رداس والے دائرے C_3 پر کھینچا۔

7- A کو X سے ملایا (جس نے دائرہ C_1 کو نقطہ P پر کاٹا)

8- سیٹ سکوائر کے استعمال سے نقطہ B سے $\overline{BS} \parallel \overline{AP}$ کھینچا۔

9- $\overline{BS}$ دائرہ C_2 کو نقطہ S پر کاٹتا ہے۔

10- پس $\overleftrightarrow{PS}$ دائروں C_1 اور C_2 کا معکوس مشترکہ مماس ہے۔

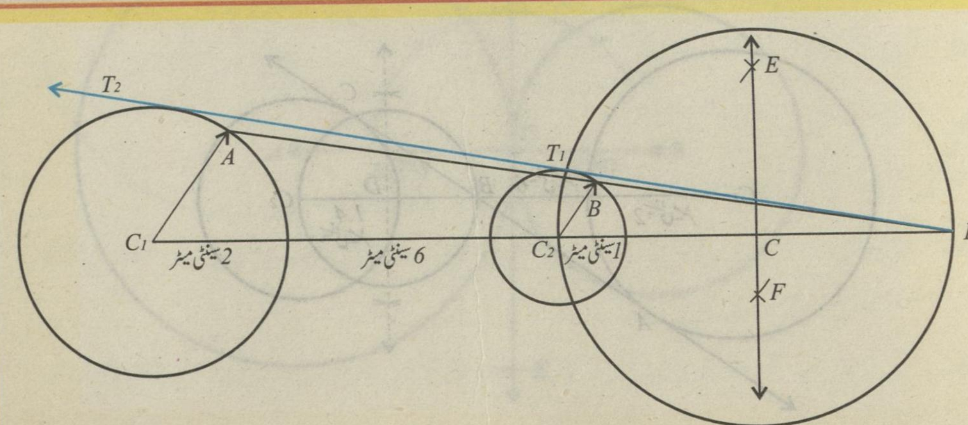
8.3.5 غیر مساوی دائروں کے مماس کھینچنا
Drawing Tangents to Two Un-Equal Circles

راست مشترک مماس یا بیرونی مماس

- دو غیر مساوی دائروں کے راست مشترک یا بیرونی مماس کھینچنا

مدارج عمل:

1- قطعہ خط 6 سینٹی میٹر = mC_1C_2 کھینچا۔



2- C_1 اور C_2 مراکز پر بالترتیب 2 سینٹی میٹر اور 1 سینٹی میٹر کے دائرہ کھینچیے۔

3- $C_1 C_2$ قطعہ خط کو دائیں جانب بڑھایئے۔

4- نقاط C_1 اور C_2 سے $C_2B \parallel C_1A$ اس طرح کھینچیے کہ $\angle C_2C_1A$ ایک حادہ زاویہ ہو۔

5- نقاط A اور B کو ملایئے اور اسے نقطہ D تک بڑھایئے۔

6- C_2 میں سے گزرتا ہوا $\overline{C_1D}$ ناصف کھینچیے۔

7- C کو مرکز لیتے ہوئے اور $m\overline{CC_2} = m\overline{CD}$ کو رداس، ایک دائرہ کھینچیے۔
جو C_2 مرکز والے دائرہ کو T_1 پر قطع کرے۔

8- ایک خط کھینچیے جو نقاط D اور T_1 کو ملائے اور مرکز C_1 والے دائرہ کو T_2 پر مس کریے۔

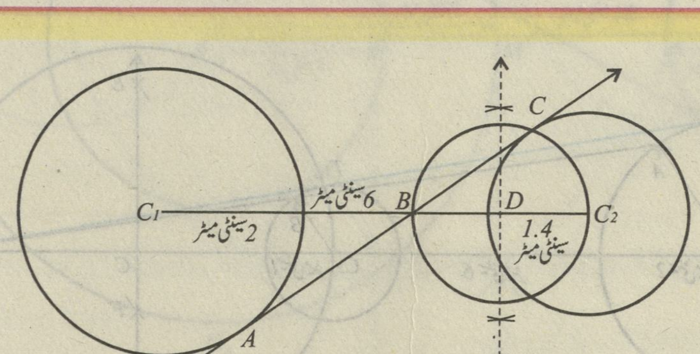
9- خط $\overleftrightarrow{T_1 T_2}$ دیے گئے دائروں پر براہ راست مشترکہ مماس ہے۔

معکوس مشترک مماس یا اندرونی مماس Transverse Common Tangent or Internal Tangent

▶ دو غیر مساوی دائروں کے معکوس مشترک یا اندرونی مماس کھینچنا

مدارج عمل:

1- قطعہ خط 6 سینٹی میٹر $= C_1 C_2$ کھینچیے۔



2- C_1 کو مرکز مان کر 2 سینٹی میٹر رداس کا دائرہ لگائیے۔

3- C_2 کو مرکز مان کر 1.4 سینٹی میٹر رداس کا دائرہ لگائیے۔

4- $\overline{C_1C_2}$ کو 1.4:2 میں تقسیم کیجیے۔

5- قطعہ خط BC_2 کی نقطہ D پر تنصیف کیجیے۔

6- D کو مرکز مان کر $m\overline{BD} = m\overline{DC_2}$ رداس کا دائرہ لگائیے جو مرکز C_2 والے دائرے کو نقطہ C پر کاٹتا ہے۔

7- $\overleftrightarrow{CB}$ کو ملاتا ہوا خط B سے پرے بڑھایا جس نے C_1 مرکز والے دائرہ کو نقطہ A پر مس کیا۔

8- پس $\overleftrightarrow{AC}$ دیے گئے دائروں کا معکوس مماس ہے۔

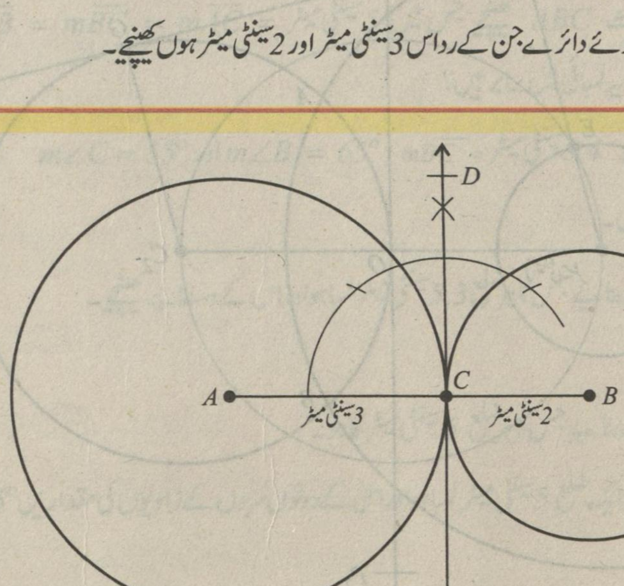
8.3.6 مماس کھینچنا Drawing Tangents

دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں کا مماس Tangent to Two Unequal Touching Circles

دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں کا مماس کھینچیے۔

مدارج عمل:

1- نقطہ C پر مَس کرتے ہوئے دائرے جن کے رداس 3 سینٹی میٹر اور 2 سینٹی میٹر ہوں کھینچیے۔



-2 نقطہ C پر زاویہ $m\angle ACD = 90^o$ کھینچیے۔

-3 C میں گزرتا ہوا خط $\overleftrightarrow{DE}$ کھینچیے۔

-4 $\overleftrightarrow{DE}$ مطلوبہ دو غیر مساوی دائروں کا مشترک مماس ہے۔

دو غیر مساوی متقاطع دائروں کا مماس **Tangent to Two Unequal Intersecting Circles**

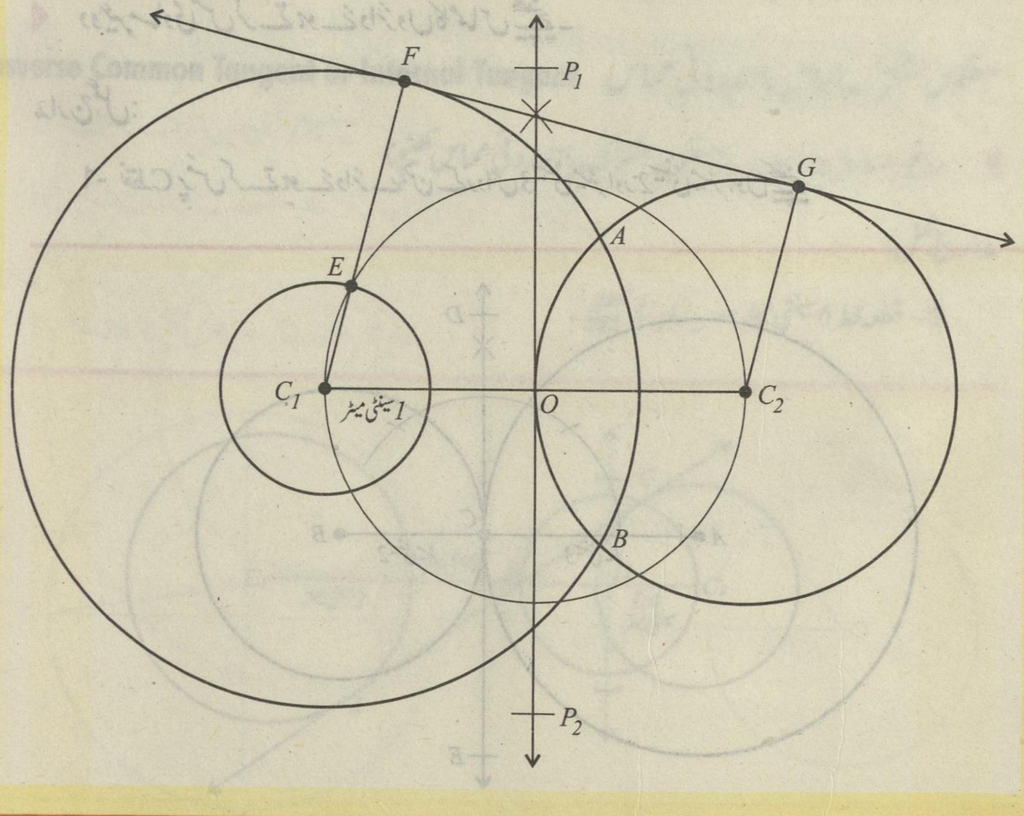
◀ دو غیر مساوی متقاطع دائروں کا مماس کھینچیے۔

بناوٹ:

-1 قطعہ $\overline{C_1C_2} = 4$ سینٹی میٹر کھینچیے۔

-2 C_1 اور C_2 کو بالترتیب مراکز مان کر 3 سینٹی میٹر اور 2 سینٹی میٹر رداس کے دائرہ لگایئے۔ جو ایک دوسرے کو نقاط A اور B پر کاٹتے ہیں۔

-3 C_1 کو مرکز مان کر 1 سینٹی میٹر = 2 سینٹی میٹر − 3 سینٹی میٹر کا دائرہ لگایئے۔



-4 C_1C_2 کی نقطہ O پر تنصیف کیجیے۔

-5 O کو مرکز مان کر $m\overline{C_1O} = m\overline{C_2O}$ رداس کا دائرہ کھینچیے۔ جس نے C_1 پر واقع اندرونی دائرے کو نقطہ E پر کاٹا۔

-6 C_1 کو E سے ملا کر بڑھایا جس نے اس کے ہم مرکز دائرہ کو نقطہ F پر کاٹا۔

-7 C_2 سے $\overline{C_1F}$ کے متوازی خط کھینچا جس نے C_2 مرکز والے دائرہ کو نقطہ G پر کاٹا۔

-8 F اور G کو ملا کر لائن بنایے۔

-9 $\overleftrightarrow{FG}$ دو غیر مساوی دائروں پر مطلوبہ راست مشترک مماس ہے۔

مشق 8.1

-1 مثلث ABC بنایے جس میں $m\overline{AB} = 4.3$ سینٹی میٹر، $m\overline{BC} = 5.4$ سینٹی میٹر اور $m\overline{AC} = 3.9$ سینٹی میٹر ہے۔ اس کا مرکز محصور معلوم کیجیے۔

-2 مثلث ABC بنایے جس میں $m\overline{AB} = 4.6$ سینٹی میٹر، $m\overline{BC} = 5$ سینٹی میٹر اور $\angle B = 110^o$

-3 ایک مساوی الاضلاع مثلث ABC کھینچیے جس میں $m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{AC} = 5$ سینٹی میٹر اس کے ارتفاع کھینچیے۔ کیا یہ لمبائی میں برابر ہیں؟

-4 ایک مثلث بنایے جس میں $m\overline{BC} = 5.4$ سینٹی میٹر، $m\angle B = 65^o$ اور $m\angle C = 55^o$ مثلث کا مرکز ثقل معلوم کریں۔

-5 ایک مساوی الاضلاع مثلث بنایے جس کا ہر ضلع 5.3 سینٹی میٹر لمبا ہو اور اس کے وسطانیے کھینچیے۔ کیا یہ لمبائی میں برابر ہے؟

-6 ایک مساوی الاضلاع مثلث بنایے جس کا ہر ضلع 6 سینٹی میٹر کا ہو۔

-7 مثلث ABC بنایے جس کا ایک ضلع 5 سینٹی میٹر لمبا ہو اور اس کے دونوں سروں کے زاویوں کی مقداریں 45^o اور 60^o ہوں۔

-8 ایک متساوی الساقین مثلث بنایے جس کے مساوی اضلاع 5 سینٹی میٹر اور ان کا درمیانی زاویہ 60^o کا ہو۔

-9 ایک مستطیل بنایے جس کے متصلہ اضلاع کی لمبائیاں 4 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر ہوں۔

-10 ایک مستطیل بنایے جس کا ایک 6 سینٹی میٹر اور متصلہ وتر 9 سینٹی میٹر کا ہو۔

-11 ایک مربع بنایے جس کا ہر ضلع 5 سینٹی میٹر ہو۔

-12 ایک مربع بنایے جس کا ہر ضلع 3.5 سینٹی میٹر کا ہو۔

-13 ایک مستطیل بنایے جس کے متصلہ اضلاع 5 سینٹی میٹر اور 4 سینٹی میٹر ہوں اوران کے درمیان 90^o کا زاویہ ہو۔

-14 ایک مستطیل بنایے جس کے ایک ضلع کی مقدار 8 سینٹی میٹر اور دونوں وتروں میں سے ہر ایک 10 سینٹی میٹر کا ہو۔

-15 ایک مستطیل بنایے جس میں 6.5 سینٹی میٹر $= m\,\overline{AB}$ اور 4.8 سینٹی میٹر $= m\,\overline{AD}$

اور $m\angle BAD = 90^o$۔ اس کے وتروں کی پیمائش کیجیے۔

-16 درج ذیل چوکوروں کے نام بتایے کہ

(i) وتروں کی لمبائیاں برابر متصلہ اضلاع غیر مساوی ہوں۔

(ii) وتر بھی مساوی ہوں اور متصلہ اضلاع بھی مساوی ہوں۔

(iii) تمام اضلاع لمبائی میں برابر اور ایک زاویہ 90^o کا ہو۔

(iv) تمام زاویے برابر مگر متصلہ اضلاع غیر مساوی ہوں۔

-17 ایک مستطیل بنایے جن کے اضلاع کی لمبائیاں 10 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہوں۔

-18 ایک مربع بنایے جس کے ہر ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہو۔

-19 درج ذیل مثلثوں کے نام بتایے۔

(i) جس کے تینوں اضلاع کی لمبائیاں برابر ہوں۔

(ii) جس کے دو اضلاع کی لمبائیاں برابر ہوں۔

(iii) کوئی بھی ضلع دوسرے ضلع کے برابر نہ ہو۔

-20 ایک دائرہ جس کا مرکز O اور رداس 5 سینٹی میٹر ہو بنایے ۔دائرہ کا قطعہ کھینچنے کے لیے ضروری اقدامات کی وضاحت کیجیے۔

-21 کسی بھی رداس دائرہ جس کا مرکز O ہو کھینچیے۔اس کا قطر AB کھینچیے اور ایک نصف دائروی علاقہ کو سایہ دار بنایے۔

-22 سوال 21 میں نصف دائروی علاقے میں 4 زاویوں کی نشاندہی کریں۔

-23 2 سینٹی میٹر رداس کا دائرہ مرکز O پر بنایے ۔ایک وتر بنا کر قوس کبیرہ کا حصہ سایہ دار بنایے۔

-24 مرکز O پر دائرہ 2.5 سینٹی میٹر رداس کا بنایے۔وتر بنا کر قوس کبیرہ کا حصہ سایہ دار بنا کر ظاہر کیجیے۔

-25 مرکز O پر 4 سینٹی میٹر لمبائی کے وتر والا نصف دائرہ بنایے۔

-26 3 سینٹی میٹر لمبائی کے ضلع والے مربع کے راسوں میں سے گزرتا ہوا دائرہ بنایے۔

-27 ایک مثلث ABC جس میں 3 سینٹی میٹر $= mAB$ اور 4 سینٹی میٹر $= mBC$ اور راس B پر زاویہ قائمہ ہو۔
A، B اور C میں سے گزرتا ہوا دائرہ بنایے۔

-28 مساوی الاضلاع جس کے ہر ضلع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہو، اس کے راسوں میں سے گزرتا ہوا دائرہ بنایے۔

جائزہ مشق 8

-I صحیح جوابات کو دائرہ لگایئے۔

.1 ایک مثلث میں وسطانیوں کی تعداد ہوتی ہے:

(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

.2 ایک مثلث میں ارتفاع ہوتے ہیں:

(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

.3 مثلث میں زاویوں کے ناصف ہوتے ہیں:

(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

.4 کسی مثلث کے اضلاع کے ناصفوں کی تعداد ہوتی ہے:

(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

.5 مثلث کے زاویوں کے ناصف ہوتے ہیں:

(a) ایک نقطہ پر مرتکز (b) ہم خط
(c) آپس میں عموداً (d) غیر ہم نقطہ

.6 مثلث کے وسطانیے ہوتے ہیں:

(a) ایک نقطہ پر مرتکز (b) ہم خط
(c) غیر ہم نقطہ (d) 4

.7 مثلث کے ارتفاع ہوتے ہیں:

(a) ایک نقطہ پر مرتکز (b) ہم خط
(c) غیر ہم خط (d) 5

.8 مثلث کے ایک راس سے مخالف ضلع کے وسطی نقطہ کو ملانے والا خط کہلاتا ہے:

(a) زاویہ کا ناصف (b) ارتفاع
(c) وسطانیہ (d) ضلع کا ناصف

9. مثلث کے راس سے مخالف ضلع پر عمود کہلاتا ہے:

(a) زاویہ کا ناصف (b) وسطانیہ

(c) ارتفاع (d) ضلع کا ناصف

10. ہم مستوی دائرہ کے ساتھ ایک خط جو دائرہ کو صرف ایک نقطہ پر قطع کرے کہلاتا ہے:

(a) خط مماس (b) وسطانیہ

(c) ارتفاع (d) خط عمود

II- خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

1. مثلث کے ارتفاع ہوتے ہیں ______۔

2. مثلث کے وسطانیے ہوتے ہیں ______۔

3. مثلث کے زاویوں کے ناصف ہوتے ہیں ______۔

4. مثلث کے تینوں اضلاع کے عمودی ناصف ہوتے ہیں ______۔

5. مثلث کے ایک راس کے مخالف ضلع پر عمود ______ کہلاتا ہے۔

6. مثلث کے راس سے اس کے مخالف ضلع کے وسطی نقطہ کو ملانے والا خط ______ کہلاتا ہے۔

7. خط جو مثلث کے کسی زاویہ کی تنصیف کرے ______ کہلاتا ہے۔

8. ہر مثلث کے ______ ارتفاع ہوتے ہیں۔

9. ہر مثلث کے ______ وسطانیے ہوتے ہیں۔

10. ہر مثلث کے ______ عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

خلاصہ SUMMARY

1- کسی مثلث کے زاویہ کا ناصف وہ خط ہوتا ہے جو مثلث کے کسی زاویہ کی تنصیف کرے اور اس کا دوسرا سرا مخالف ضلع کو چھوئے۔

2- ہر مثلث کے تین زاویوں کے ناصف ہوتے ہیں، ہر ایک زاویہ کا ایک ناصف۔

3- مثلث کے ارتفاع کسی راس سے مخالف ضلع پر عمود ہوتا ہے۔

4- ہر مثلث کے تین ارتفاع ہوتے ہیں، ہر ایک راس سے ایک۔

5- ایسا قطعہ خط جو کسی مثلث کے ایک ضلع کی تنصیف کرے اور ضلع کے نقطہ تنصیف پر عمود بھی ہو تو وہ اس ضلع کا عمودی ناصف کہلاتا ہے۔

6- کسی مثلث کے عمودی ناصف تین ہوتے ہیں، ہر ایک ضلع کا ایک۔

7- وہ نقطہ جس پر مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف باہم ملتے ہیں مرکز محصور کہلاتا ہے۔

8- وہ نقطہ جس پر مثلث کے تینوں ارتفاع ملتے ہیں، مثلث کا مرکز عمود کہلاتا ہے۔

9- وہ نقطہ جس پر مثلث کے اضلاع کے تینوں عمودی ناصف ملتے ہیں، مثلث کا مرکز محاصر کہلاتا ہے۔

10- وہ نقطہ جس پر مثلث کے تینوں وسطانیے ملتے ہیں، مثلث کا مرکزی نقطہ کہلاتا ہے۔

11- دائرہ کے ساتھ ہم مستوی ایسا خط جو دائرہ کو صرف نقطہ پر کاٹتا ہے، دائرہ کا مماس کہلاتا ہے۔