یونٹ

8

سیٹ اور تفاعل

SETS AND FUNCTIONS

- سیٹوں پر عوامل
- ثنائی روابط
- تفاعل

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- Q اور N,Z,W,E,O,P کی علامت سے ظاہر کئے گئے سیٹوں کی شناخت کیا ہیں۔
- سیٹوں پر $(\cup, \cap, \backslash, \ldots)$ کے عوامل کیا ہیں۔
- سیٹوں پر مندرجہ ذیل عوامل کیسے کرائیں۔
  - یونین *Union*
  - تقاطع *Intersection*
  - کمپلیمنٹ *Complement*
- دو یا تین سیٹوں پر یونین اور تقاطع کے درج ذیل خواص کی تصدیق کیسے کرنا ہے۔
  - یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ
  - یونین اور تقاطع کی خاصیت تلازم
- وین اشکال سے مندرجہ ذیل کا اظہار کیسے کرنا ہے۔
  - سیٹوں کا یونین اور انٹرسیکشن
  - سیٹ کا کمپلیمنٹ
- وین اشکال سے مندرجہ ذیل کا ثبوت فراہم کیسے کرنا ہے۔
  - سیٹوں کے یونین اور انٹرسیکشن کے قوانین مبادلہ
  - سیٹوں کے یونین اور انٹرسیکشن کے لحاظ سے قوانین تلازم
  - ڈی مارگن کے قوانین
- ثنائی ربط *(Binary Relation)* کی تعریف کرنا اور اس کی ڈومین *(Domain)* اور رینج *(Range)* کا تعین کرنا۔
- تفاعل *(Funtion)* کی تعریف کرنا اور اس کی ڈومین *(Domain)* اور رینج *(Range)* کی پہچان کیسے کرنا ہے۔
- مندرجہ ذیل کو واضح کیسے کرنا ہے۔
  - ان ٹو فنکشن
  - ون۔ون فنکشن
  - ان ٹو، ون۔ون فنکشن *(Injective Function)*
  - آن ٹو فنکشن *(Surjective Function)*
  - ون۔ون، آن ٹو فنکشن *(Bijective Function)*

8.1 سیٹ Set

کائنات کی ہر چیز چاہے وہ جاندار ہو یا بے جان ''شے'' کہلاتی ہے۔ ہم مخصوص اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کو مخصوص نام دیتے ہیں جیسا کہ ''ہاکی ٹیم''، ''بھیڑوں کا ریوڑ''، ''پھولوں کا گلدستہ'' وغیرہ۔

سیٹ سے مراد واضح متعارف اشیاء کا اجتماع یا اکٹھ ہے۔ یعنی کہ اشیاء کا اجتماع یا اکٹھ اس طرح سے لیا گیا ہو کہ بغیر کسی شک وشبہ کے ہم بتا سکیں کہ کوئی دی ہوئی شے کا اس اکٹھ سے تعلق ہے یا نہیں۔

واضح متعارف اشیاء کے اکٹھ کو ''سیٹ'' کہتے ہیں۔

کسی سیٹ کے نام کو بالعموم حروف تہجی $A, B, C, \ldots X, Y, Z$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سیٹ میں موجود اشیاء ممبران یا ارکان کہلاتے ہیں۔ اراکین سیٹ کو چھوٹے حروف تہجی یا اعداد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر

(i) $A = \{1,3,4,5\}$

(ii) $B = \{a,e,i,o,u\}$ تمام سیٹ کہلاتے ہیں۔

(iii) $C = \{1,3,5,7,9, \cdots\}$

اگر کوئی شے x سیٹ 'A' سے تعلق رکھتی ہو تو اسے یوں لکھتے ہیں $x \in A$ جس کا مطلب ہے x، سیٹ 'A' کا رکن ہے۔

اور اگر کوئی شے x سیٹ 'A' سے تعلق نہ رکھتی ہو تو ہم لکھتے ہیں $x \notin A$۔

اہم سیٹ Important Sets

قدرتی اعداد کا سیٹ Set of Natural Number

گنتی کے اعداد مثلاً $1, 2, 3\ldots$ وغیرہ قدرتی اعداد کہلاتے ہیں۔ قدرتی اعداد کا سیٹ 'N' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$N = \{1,2,3,4,5, \cdots\}$$

مکمل اعداد کا سیٹ Set of Whole Numbers

مکمل اعداد کے سیٹ کو 'W' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$W = \{0,1,2,3,4,5, \cdots\}$$

صحیح اعداد کا سیٹ Set of Integers

صحیح اعداد کے سیٹ کو علامت 'Z' سے ظاہر کیا

$$\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$$

جفت اعداد کا سیٹ Set of Even Numbers

جفت اعداد کے سیٹ کو 'E' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$E = \{\cdots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \cdots\}$$

طاق اعداد کا سیٹ Set of Odd Numbers

طاق اعداد کے سیٹ کو 'O' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$O = \{\cdots, -3, -1, 1, 3, 5, \cdots\}$$

مفرد اعداد کا سیٹ Set of Prime Numbers

مفرد اعداد کے سیٹ کو 'P' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \cdots\}$$

مفرد اعداد ایسے اعداد ہیں جو کہ '1' اور اپنے آپ پر تقسیم ہوتے ہیں۔ اس کے علاوہ وہ کسی اور عدد سے تقسیم نہیں ہوتے۔

ناطق اعداد کا سیٹ Set of Rational Numbers

ناطق اعداد کے سیٹ کو 'Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$Q = \{\frac{p}{q} : q \neq 0,\ p, q \in \mathbb{Z}\}$$

8.1.1 سیٹوں پر عوامل Operations on Sets

حساب، اعداد پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کی طرح سیٹوں پر یونین، تقاطع اور کمپلیمنٹ جیسے عوامل ہوتے ہیں۔

سیٹوں کا یونین (Union of Sets)

اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو سیٹ A اور سیٹ B کے یونین سے مراد اُن ممبران پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے جو کہ سیٹ A اور سیٹ B کے تمام ارکان ہوں۔

لہٰذا $A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$

مثال کے طور پر اگر $A = \{1,2,3,4,5\}$

ہو تو $B = \{2,4,6,8,10\}$

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5\} \cup \{2,4,6,8,10\}$$

$$= \{1,2,3,4,5,6,8,10\}$$

مثالیں:-

(i) $A \cup B$ معلوم کیجئے اگر

$A = \{a,b,c\}$ اور $B = \{a,e,i,o,u\}$

حل:- $A = \{a,b,c\},\ B = \{a,e,i,o,u\}$

تو $A \cup B = \{a,b,c\} \cup \{a,e,i,o,u\}$

$$= \{a,b,c,e,i,o,u\}$$

(ii) $C \cup D$ معلوم کیجئے اگر

$C = \{2,3,4,5\}$ اور $D = \{6,7\}$

حل:- چونکہ $C = \{2,3,4,5\},\ D = \{6,7\}$

تو $C \cup D = \{2,3,4,5,\} \cup \{6,7\}$

$$= \{2,3,4,5,6,7\}$$

(iii) $E \cup F$ معلوم کیجئے اگر

$E = \{1,2,3,5,7\}$ اور $F = \{2,4,6,8\}$

حل:- $E = \{1,2,3,5,7\},\ F = \{2,4,6,8\}$

$$E \cup F = \{1,2,3,5,7\} \cup \{2,4,6,8\}$$

$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

سیٹوں کا تقاطع Intersection of Sets

دو سیٹوں A اور B کا تقاطع $A \cap B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور یہ ان ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A اور B دونوں کے مشترکہ ارکان ہوں۔

لہٰذا $A \cap B = \{x : x \in A \land x \in B\}$

مثال:- $A \cap B$ معلوم کیجئے اگر

(i) $A = \{2,3,5,7,11\}$, $B = \{1,3,5,7,9\}$

(ii) $A = \{3,6,9,12,15,18,21,24\}$, $B = \{4,8,12,16,20,24,28,32\}$

(iii) $A = \{1,2,3,4,6,12\}$, $B = \{1,2,3,4,6,9,18\}$

حل:-

(i) چونکہ $A = \{2,3,5,7,11\}$, $B = \{1,3,5,7,9\}$

اس لیے $A \cap B = \{2,3,5,7,11\} \cap \{1,3,5,7,9\}$

$= \{3,5,7\}$

(ii) چونکہ $A = \{3,6,9,12,15,18,21,24\}$, $B = \{4,8,12,16,20,24,28,32\}$

لہٰذا $A \cap B = \{3,6,9,12,15,18,21,24\} \cap \{4,8,12,16,20,24,28,32\}$

$= \{12,24\}$

(iii) چونکہ $A = \{1,2,3,4,6,12\}$, $B = \{1,2,3,4,6,9,18\}$

$A \cap B = \{1,2,3,4,6,12\} \cap \{1,2,3,4,6,9,18\}$

$= \{1,2,3,4,6\}$

کائناتی سیٹ Universal Set

اگر کچھ سیٹ زیر بحث ہوں تو ان میں ایک سیٹ ایسا بھی ہو سکتا ہے کہ وہ ان سب سیٹوں کا فوقی سیٹ (Super Set) ہو۔ ایسا سیٹ کائناتی یعنی یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے۔ جسے ہم علامت 'U' سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر

اگر $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$, $C = \{1,3\}$ ہو تو $U = \{1,2,3\}$ تمام سیٹوں A,B,C کا فوقی سیٹ Super set ہے اور سیٹ A,B,C سیٹ U کے تحتی سیٹ کہلاتے ہیں۔

سیٹ کا کمپلیمنٹ Complement of a Set

فرض کریں کہ 'A' کسی یونیورسل سیٹ کا تحتی سیٹ ہے۔تو سیٹ A کا کمپلیمنٹ سیٹ، یونیورسل سیٹ U کے لحاظ سے، سیٹ U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں نہ ہوں اسے علامتی طور پر A', $U - A$ یا A^c سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

پس $A' = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$

$$x \in A' \Rightarrow x \notin A$$

اور $x \in A \Rightarrow x \notin A'$

یاد رہے کہ

$$A^c = U - A$$
$$U^c = U - U = \Phi, \ \Phi^c = U - \Phi = U$$
$$(A^c)^c = U - A^c = A$$

مثال 1:-

اگر $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ اور $A = \{3,4,5\}$ ہو تو A^c معلوم کیجئے۔

حل:-

چونکہ $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

اس لیے $A = \{3,4,5\}$

تو $A^c = U - A$

$= \{1,2,3,4,5,6,7\} - \{3,4,5\}$

لہٰذا $A^c = \{1,2,6,7\}$

مثال 2:-

اگر $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ اور $A = \{2,3,5,7\}$ ہوتو $A^c, A \cup A^c, A \cap A^c$ معلوم کیجئے۔

حل:-

چونکہ $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\},$

$A = \{2,3,5,7\}$

اس لیے $A^c = U - A$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\} - \{2,3,5,7\}$

$= \{1,4,6,8\}$

اب $A \cup A^c = \{2,3,5,7\} \cup \{1,4,6,8\}$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$= U$

$$A \cap A^c = \{2,3,5,7\} \cap \{1,4,6,8\}$$
$$= \{\ \}$$
$$= \Phi$$

یعنی کہ $A \cup A^c = U$ اور $A \cap A^c = \Phi$

مثال 3:-

اگر $A = \{9,10,11,12,...,20\}$, $U = \{1,2,3,...,20\}$ ہو تو A^c, $A \cup A^c$ اور $A \cap A^c$ معلوم کیجئے۔

حل:-

$$A^c = U - A$$
$$= \{1,2,3,...,20\} = \{9,10,11,12,...,20\}$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

اب

$$A \cup A^c = \{9,10,11,12,...,20\} \cup \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9...,20\}$$
$$= U$$
$$A \cap A^c = \{9,10,11,12,...,20\} \cap \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$= \{\ \}$$
$$= \Phi$$

$A \cup A^c = U$ اور $A \cap A^c = \Phi$

دو سیٹوں کا فرق Difference of two sets

اگر A اور B دو سیٹ ہوں۔ تو A سے B کا فرق سیٹ A کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ B میں موجود نہ ہوں۔ علامتی طور پر اسے $A-B$ یا $A \setminus B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی طرح B سے A کا فرق سیٹ B کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں موجود نہ ہوں جسے $B-A$ یا $B \setminus A$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(i) فرض کیا کہ $A = \{2,3,4,5\}$, $B = \{2,4,6,8\}$

تب $A - B = \{2,3,4,5\} - \{2,4,6,8\} = \{3,5\}$

اور $B - A = \{2,4,6,8\} - \{2,3,4,5\} = \{6,8\}$

(ii) فرض کیا $A = \{3,4,5,6,7\}$, $B = \{1,2,3,4,7,8,9,10\}$

$A \setminus B = \{3,4,5,6,7\} \setminus \{1,2,3,4,7,8,9,10\} = \{5,6\}$

اور $B \setminus A = \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \setminus \{3,4,5,6,7\}$

$$= \{1,2,8,9,10\}$$

$$A - B \neq B - A$$

8.1.2 سیٹوں کے یونین کے خواص Properties of Union of Sets

خاصیت مبادلہ Commutative Property

کوئی سے دو سیٹوں A اور B کے لیے

$$A \cup B = B \cup A$$

فرض کیا کہ

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$$
$$= \{x : x \in B \text{ or } x \in A\}$$
$$= B \cup A$$

پس

$$A \cup B = B \cup A$$

خاصیت تلازم Associative Property

کوئی سے تین سیٹوں A,B,C کے لیے

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

فرض کیا

$$(A \cup B) \cup C = \{x : x \in (A \cup B) \text{ or } x \in C\}$$
$$= \{x : (x \in A \text{ or } x \in B) \text{ or } x \in C\}$$
$$= \{x : x \in A \text{ or } (x \in B \text{ or } x \in C)\}$$
$$= \{x : x \in A \text{ or } x \in (B \cup C)\}$$
$$= A \cup (B \cup C)$$

پس

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

مثال:- اگر $C = \{2,6\}$ اور $B = \{7,8,9,10\}$ ، $A = \{1,2,3,4\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ

(a) $A \cup B = B \cup A$

(b) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

حل:- چونکہ $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{7,8,9,10\}$, $C = \{2,6\}$

(a) اس لیے

$$A \cup B = \{1,2,3,4\} \cup \{7,8,9,10\}$$
$$= \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \text{ .... (i)}$$

$$B \cup A = \{7,8,9,10\} \cup \{1,2,3,4\}$$
$$= \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \text{ .... (ii)}$$

نتائج (i) اور (ii) سے

$$A \cup B = B \cup A$$

(b) $(A \cup B) \cup C = (\{1,2,3,4\} \cup \{7,8,9,10\}) \cup \{2,6\}$

$= \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \cup \{2,6\}$

$= \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$..........(i)

$A \cup (B \cup C) = \{1,2,3,4\} \cup (\{7,8,9,10\} \cup \{2,6\})$

$= \{1,2,3,4\} \cup \{2,6,7,8,9,10\}$

$= \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$..........(ii)

نتائج (i) اور (ii) سے $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

سیٹوں پر تقاطع کے خواص Properties of Intersection of Sets

خاصیت مبادلہ Commutative Property

کسی دو سیٹوں A اور B کے لیے

$$A \cap B = B \cap A$$

ثبوت: فرض کیا کہ $A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$

$= \{x : x \in B \text{ and } x \in A\}$

$= \{x : x \in (B \cap A)\}$

$= B \cap A$

پس $A \cap B = B \cap A$

خاصیت تلازم Associative Property

کوئی سے تین سیٹوں A,B,C کے لیے

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

فرض کیا کہ $(A \cap B) \cap C = \{x : x \in (A \cap B) \text{ and } x \in C\}$

$= \{x : (x \in A \text{ and } x \in B) \text{ and } x \in C\}$

$= \{x : x \in A \text{ and } x \in B \text{ and } x \in C\}$

$= \{x : x \in A \text{ and } (x \in B \text{ and } x \in C)\}$

$= \{x : x \in A \text{ and } x \in (B \cap C)\}$

$= \{x : x \in A \cap (B \cap C)\}$

$= A \cap (B \cap C)$

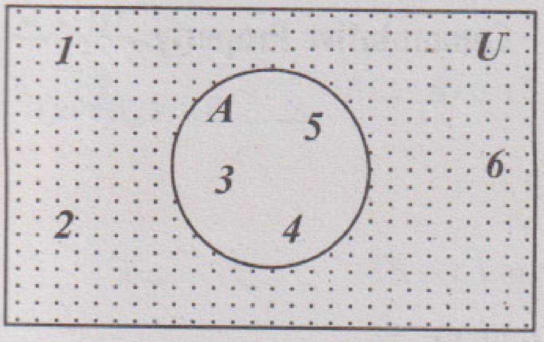
پس $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

8.1.3 وین اشکال Venn Diagram

سیٹوں کے درمیان تعلق کو مناظری لحاظ سے ظاہر کرنے کے لئے، ہم سیٹوں کو اشکال کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں۔ جو کہ وین اشکال کہلاتی ہیں۔ وین اشکال کو سب سے پہلے انگریز ماہر منطق اور ریاضی دان جان وین John Venn (1834-1883) نے استعمال کیا۔

وین اشکال میں عموماً یونیورسل سیٹ کو ایک مستطیلی علاقہ اور اس کے متعلقہ تحتی سیٹوں کو اس کے اندر بند علاقوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثلاً اگر $A = \{3,4,5\}$ اور $U = \{1,2,3,4,5,6,\}$



دی ہوئی شکل میں مستطیلی علاقہ یونیورسل سیٹ U کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ اس کے اندر دائروی بند علاقہ سیٹ A کو ظاہر کرتا ہے۔

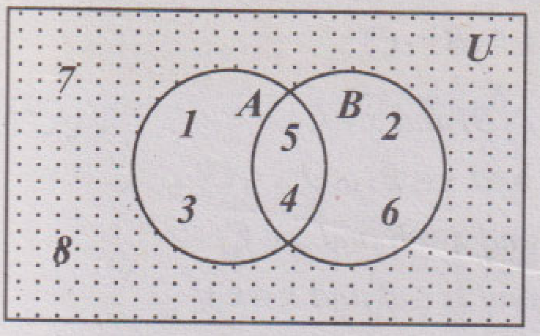
A سے باہر U کا نقاط دار علاقہ A کے کمپلیمنٹ یعنی A^c کو ظاہر کرتا ہے پس $A^c = \{1,2,6\}$

سیٹوں کا یونین اور تقاطع Union and Intersection of Sets

فرض کیا $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

اور $B = \{2, 4, 5, 6\}$ اور $A = \{1, 3, 4, 5\}$

اس کے کوئی دو تحتی سیٹ ہیں تب۔



شکل میں مستطیلی علاقہ U کائناتی سیٹ کو ظاہر کرتا ہے چونکہ A اور B دو متقاطع سیٹ ہیں۔ لہٰذا دو متقاطع دائرے A اور B کو ظاہر کرتے ہیں۔

(1) A اور B سے گھرا ہوا علاقہ $A \cup B$ ظاہر کرتا ہے۔

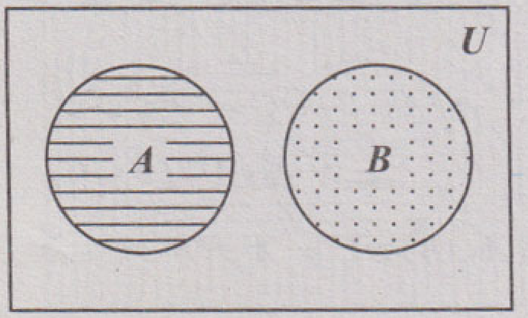
لہٰذا $A \cup B = \{1, 3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(2) دونوں سیٹوں A اور B کا مشترکہ علاقہ $A \cap B$ کو ظاہر کرتا ہے۔

لہٰذا $A \cap B = \{1, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 5, 6\} = \{4, 5\}$

8.1.4 سیٹوں کی یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ وین اشکال میں

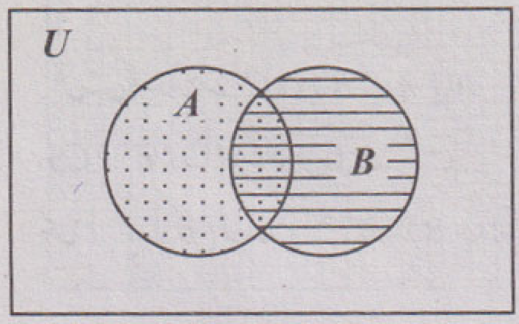
سیٹوں کا یونین جب دو سیٹ غیر متراکب ہوں When two Sets are Disjoint



شکل میں لکیر دار اور نقاط دار حصہ $A \cup B$ کو ظاہر کرتا ہے اور یہی نقاط دار اور لکیر دار حصہ $B \cup A$ کو بھی ظاہر کرتا ہے۔ جس کا مطلب ہوا کہ $A \cup B$ اور $B \cup A$ کو ایک ہی طرح کا حصہ ظاہر کرتا ہے پس

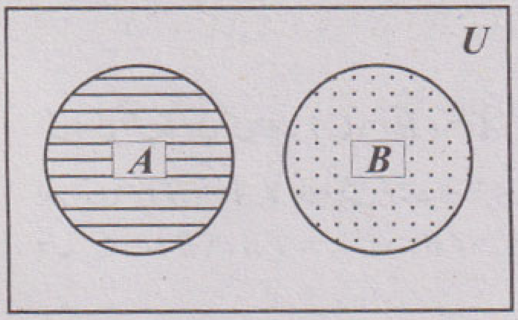
$$A \cup B = B \cup A$$

سیٹوں کا یونین جب سیٹ متراکب ہوں When two Sets are Overlapping



دی گئی شکل میں نقاط دار، نقاط دار اور لکیر دار حصہ $A \cup B$ کو ظاہر کرتا ہے اور اسی طرح لکیر دار، لکیر دار اور نقاط دار حصہ $B \cup A$ کو ظاہر کرتا ہے لہٰذا $A \cup B = B \cup A$

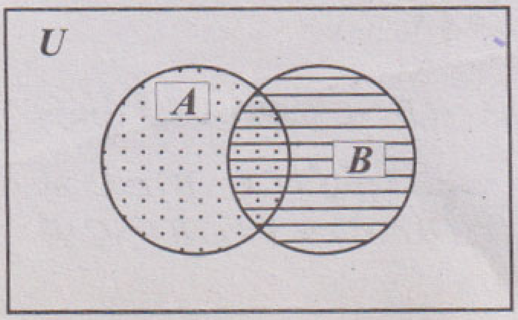
سیٹوں کا تقاطع جب دونوں سیٹ غیر متراکب ہوں When two Sets are Disjoint



شکل میں لکیر دار حصہ سیٹ A کو جبکہ نقاط دار حصہ سیٹ B کو ظاہر کرتا ہے۔ یعنی کہ U کا کوئی بھی حصہ $A \cap B$ اور $B \cap A$ کو ظاہر نہیں کرتا۔

پس $A \cap B = B \cap A$

سیٹوں کا تقاطع جب دونوں سیٹ متراکب ہوں When two Sets are Overlapping

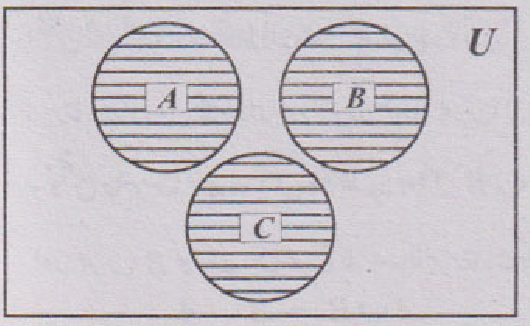


شکل میں نقاط دار، نقاط دار اور لکیر دار حصہ A سیٹ کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ لکیر دار اور نقاط دار، لکیر دار حصہ سیٹ B کو ظاہر کرتا ہے۔ لکیر دار اور نقاط دار حصہ دونوں سیٹوں کا مشترکہ علاقہ ہے جو کہ $A \cap B$ اور $B \cap A$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $A \cap B = B \cap A$

سیٹوں کی یونین اور تقاطع کی خاصیت تلازم وین اشکال میں

سیٹوں کا یونین جب تینوں سیٹ غیر متراکب ہوں When three Sets are Disjoint

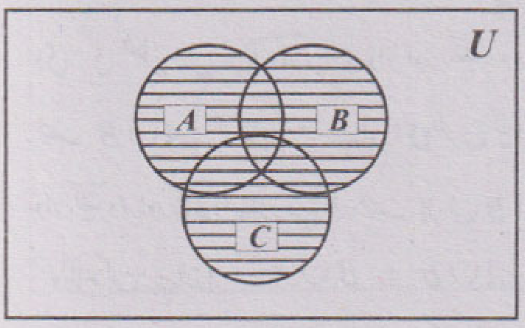


شکل میں لکیر دار حصہ $(A \cup B) \cup C$ اور

$A \cup (B \cup C)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

سیٹوں کا یونین جب تینوں سیٹ متراکب ہوں When three Sets are Overlapping

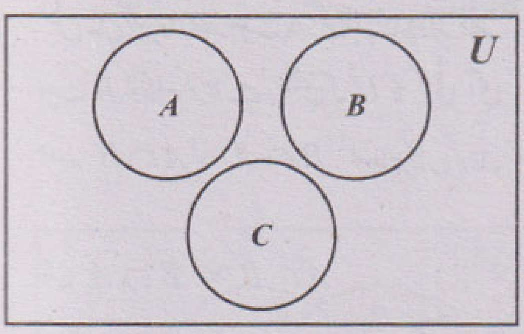


شکل میں لکیر دار حصہ $(A \cup B) \cup C$ اور

$A \cup (B \cup C)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

سیٹوں کا تقاطع جب تینوں سیٹ غیر متراکب ہوں When three Sets are Disjoint

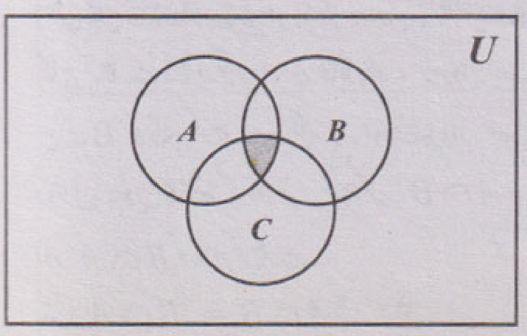


دی ہوئی شکل کا کوئی بھی حصہ $A \cap (B \cap C)$

اور $(A \cap B) \cap C$ ظاہر نہیں کرتا۔

پس $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

سیٹوں کا تقاطع جب تینوں سیٹ متراکب ہوں When three Sets are overlapping



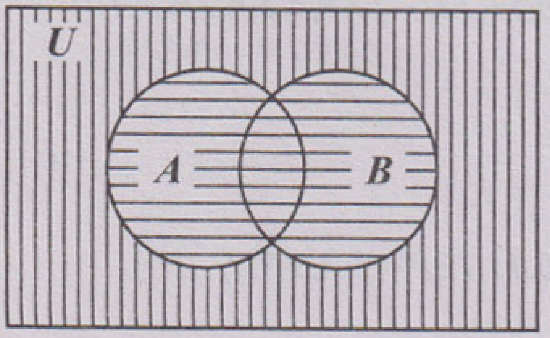
دی ہوئی شکل کا سایہ دار حصہ $A \cap (B \cap C)$

اور $(A \cap B) \cap C$ کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

لہٰذا $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

ڈی مارگن کے قوانین De Morgan's Laws

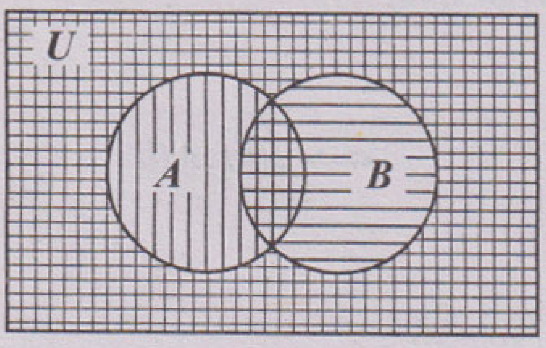
یونیورسل سیٹ U کے دو تحتی سیٹوں A اور B کے لئے



$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad (i)$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad (ii)$$

شکل میں ≡ لائنوں سے ظاہر کیا گیا حصہ $A \cup B$ کو جبکہ |||| حصہ $(A \cup B)^c$ کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل میں ▦ چیک دار حصہ $A^c \cap B^c$ کو ظاہر کرتا ہے۔ لہٰذا دونوں اشکال میں |||| اور ▦ ایک ہی جگہ ہیں۔

پس $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

اس کا دوسرا قانون طلبہ کے لیے بطور مشق چھوڑ دیا گیا ہے۔

مثال:- اگر $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$، $A = \{2,3,4,6,7,8,9,10\}$ اور $B = \{2,3,5,7,9\}$ ہو تو ڈی مارگن کے قوانین ثابت کیجئے۔

حل:- چونکہ $A = \{2,3,4,6,7,8,9,10\}$

$B = \{2,3,5,7,9\}$

(a) $A \cup B = \{2,3,4,6,7,8,9,10\} \cup \{2,3,5,7,9\}$

$= \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$(A \cup B)^c = U - (A \cup B)$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\} - \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$= \{1,11,12\} ......(i)$

$$A^c = U - A$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\} - \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$
$$= \{1,11,12\}$$
$$B^c = U - B$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\} - \{2,3,5,7,9\}$$
$$= \{1,4,6,8,10,11,12\}$$
$$A^c \cap B^c = \{1,11,12\} \cap \{1,4,6,8,10,11,12\}$$
$$= \{1,11,12\} ......(ii)$$

(i) اور (ii) کی مدد سے

$$(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$$

(b)
$$A \cap B = \{2,3,4,6,7,8,9,10\} \cap \{2,3,5,7,9\}$$
$$= \{2,3,7,9\}$$
$$(A \cap B)^c = U - (A \cap B)$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\} - \{2,3,7,9\}$$
$$= \{1,4,5,6,8,10,11,12\} ......(i)$$
$$A^c = U - A$$
$$= \{1,5,11,12\}$$
$$B^c = U - B$$
$$= \{1,4,6,8,10,11,12\}$$
$$A^c \cup B^c = \{1,4,6,8,10,11,12\} ......(ii)$$

(i) اور (ii) کی مدد سے

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

مشق 8.1

1- اگر $A = \{1,4,7,8\}$, $B = \{4,6,8,9\}$ اور $C = \{3,4,5,7\}$ ہو تو درج ذیل معلوم کیجئے۔

(i) $A \cup B$ (ii) $B \cup C$

(iii) $A \cap C$ (iv) $A \cap (B \cap C)$

(v) $(A \cup B) \cup C$ (vi) $(A \cap B) \cap C$

2- اگر $A = \{1,7,11,15,17,21\}$, $B = \{11,17,19,23\}$ اور $C = \{2,3,5\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3- اگر $A = \{2,4,6\}$, $B = \{3,6,9,12\}$ اور $C = \{4,6,8,10\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

4- اگر $A = \{2,3,5,7,9\}$, $B = \{1,3,5,7\}$ اور $C = \{2,3,4,5,6\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

5- اگر $U = \{7,8,9,10,11,12,13,14\}$

$A = \{7,10,13,14\}$

اور $B = \{7,8,11,12\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

6- ڈی مارگن کے قوانین ثابت کیجئے اگر $U = \{4,6,8,9,10\}$, $A = \{4,6\}$ اور $B = \{6,8,9\}$

7- اگر $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A = \{2,3,6,9\}$

اور $B = \{1,3,6,7,8\}$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

8- خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) $A \cup A =$ ______ (ii) $A \cap A =$ ______

(iii) $A \cup \Phi =$ ______ (iv) $A \cap \Phi =$ ______

(v) $\Phi \cup \Phi =$ ______ (vi) $(A \cap B)^c =$ ______

(vii) $(A \cup B)^c =$ ______ (viii) $(A^c)^c =$ ______

(ix) $\Phi \cap \Phi^c =$ ______ (x) $A \cap A^c =$ ______

8.2 ثنائی ربط BINARY RELATION

دو غیر خالی سیٹ $A = \{1,2\}$ اور $B = \{3,4\}$ لیجئے پھر $A \times B = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$ جبکہ $A \times B$، A سے B کا رتیسی حاصل ضرب (Cartesian Product) کہلاتا ہے۔ $A \times B$ کے ارکین $(1,3),(1,4),(2,3)$ اور $(2,4)$ مترتب جوڑے کہلاتے ہیں۔

اسی طرح $B \times A = \{(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)\}$، B سے A کارتیسی حاصل ضرب کہلاتا ہے۔ بالعموم $A \times B \neq B \times A$ درج ذیل $A \times B$ کے تمام تحتی سیٹ (Sub sets) A سے B ثنائی روابط (A to B, Binary Relations) کہلاتے ہیں۔

$R_1 = \{\ \}$, $R_2 = \{(1,3)\}$, $R_3 = \{(1,4)\}$

$R_4 = \{(2,3)\}$, $R_5 = \{(2,4)\}$, $R_6 = \{(1,3),(1,4)\}$

$R_7 = \{(1,3),(2,3)\}$, $R_8 = \{(1,3),(2,4)\}$, $R_9 = \{(1,4),(2,3)\}$

$R_{10} = \{(1,4),(2,4)\}$, $R_{11} = \{(2,3),(2,4)\}$, $R_{12} = \{(1,3),(1,4),(2,3)\}$

$R_{13} = \{(1,3),(2,3),(2,4)\}$, $R_{14} = \{(1,4),(2,3),(2,4)\}$,

$R_{15} = \{(1,3),(1,4),(2,4)\}$, $R_{16} = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$.

کسی بھی ثنائی ربط کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارا کین پر مشتمل سیٹ اس ثنائی ربط کا ڈومین (Dom) کہلاتا ہے۔ جبکہ مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام پر موجود ارا کین کا سیٹ اس ثنائی ربط کی رینج (Range) کہلاتا ہے۔ درج ذیل مثال پر غور کیجئے۔

$A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$,

$A \times B = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4)\}$

ہم $A \times B$ کا ایک تحتی سیٹ لیتے ہیں۔

$R_1 = \{(1,3),(2,4),(3,4)\}$

R_1 ایک ربط یا ثنائی ربط ہے۔

ڈومین $R_1 = \{1,2,3\}$

رینج $R_1 = \{3,4\}$

اسی طرح اگر $A = \{4,5,6\}$ ہو تو

$A \times A = \{(4,4),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

تو ہم $A \times A$ کا تحتی سیٹ 'R' اس طرح لیتے ہیں کہ $R = \{(4,4),(5,5),(6,6)\}$

ڈومین $R = \{4,5,6\}$

رینج $R = \{4,5,6\}$

مثال :- اگر $C = \{1,2\}$ ہو تو $C \times C$ میں ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

حل :-

چونکہ $C = \{1,2\}$

$$C \times C = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$$

تو $C \times C$ کے ثنائی روابط کی تعداد 2^4 یا 16 ہوگی۔

8.3 تفاعل FUNCTION

دو سیٹوں A اور B میں اسی طرح کا ثنائی ربط 'f' ایسا ہو کہ

(i) A = 'f' ڈومین

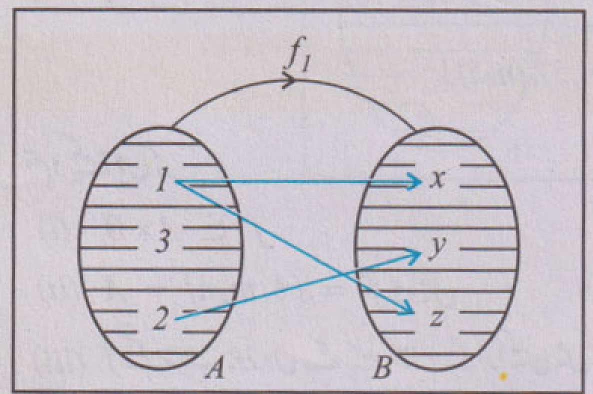
(ii) 'f' کے ہر مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین میں تکرار (Repetition) نہ ہو۔

تب 'f' کو A سے B کی جانب فنکشن کہتے ہیں اور اسے یوں ظاہر کرتے ہیں۔ $f : A \rightarrow B$

مثال :-

$A = \{1,2,3\}$, $B = \{x,y,z\}$

$A \times B = \{(1,x), (2,x), (3,x), (1,y), (2,y), (3,y), (1,z), (2,z), (3,z)\}$



درج ذیل دو ثنائی روابط لیجیے۔

$f_1 = \{(1,x),(2,y),(1,z)\}$

$f_2 = \{(1,y),(2,x),(3,y)\}$

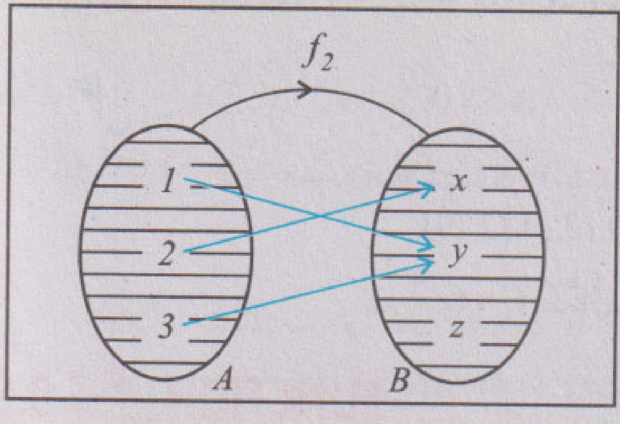
ثنائی ربط f_1 :

(i) $f_1 \subset A \times B.$

(ii) Dom $f_1 \neq A$

(iii) 'f_1' کے مترتب جوڑوں $(1,x),(1,z)$ کے پہلے ارکان میں تکرار پائی جاتی ہے۔

لہٰذا f_1 ایک ثنائی ربط ہے مگر فنکشن نہیں ہے۔ رینج $f_1 = \{x, y, z\}$



ثنائی ربط f_2 :

$f_2 \subset A \times B$ (i)

ڈومین $f_2 = \{1, 2, 3\} = A$ (ii)

(iii) f_2 کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔

رینج $f_2 = \{x, y\} \subset B$ لیکن رینج $f_2 \neq B$

لہٰذا f_2 A سے B کی جانب فنکشن ہے۔

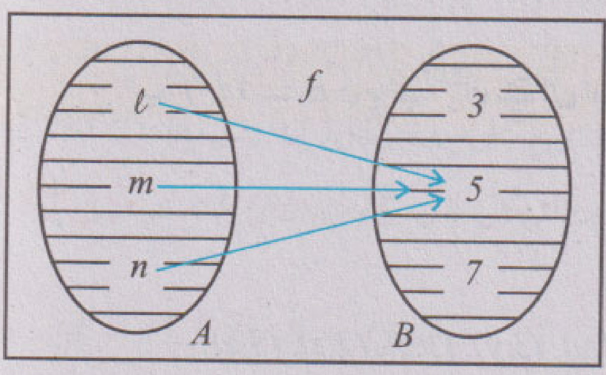
اِن ٹو فنکشن Into Function

اگر f, A سے B کی جانب فنکشن ہو۔

یعنی رینج $f \subset B$ مگر رینج $f \neq B$

تو f کو A اِن ٹو B فنکشن کہتے ہیں۔

مثال :-



$A = \{\ell, m, n\}, \quad B = \{3, 5, 7\}$

$A \times B = \{(\ell, 3), (\ell, 5), (\ell, 7), (m, 3), (m, 5), (m, 7), (n, 3), (n, 5), (n, 7)\}$

ایک ثنائی ربط 'f' لیا۔

$f = \{(\ell, 5), (m, 5), (n, 5)\}$

ہم دیکھتے ہیں کہ

$f \subset A \times B$ (i)

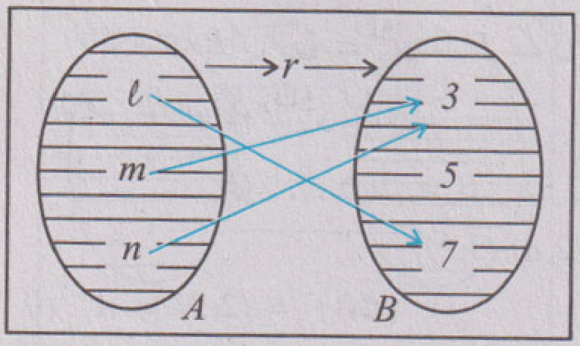
ڈومین $f = \{\ell, m, n\} = A$ (ii)

(iii) f کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

رینج $f = \{5\} \subset B$ لیکن رینج $f \neq B$ (iv)

لہٰذا 'f' ''A اِن ٹو B'' فنکشن ہے۔

ایک اور ثنائی ربط 'r' پر غور کیجئے۔ جو کہ یوں ہے۔



$r = \{(\ell,7), (m,3), (n,3)\}.$

(i) $r \subset A \times B$

(ii) ڈومین $r = \{\ell, m, n\} = A$

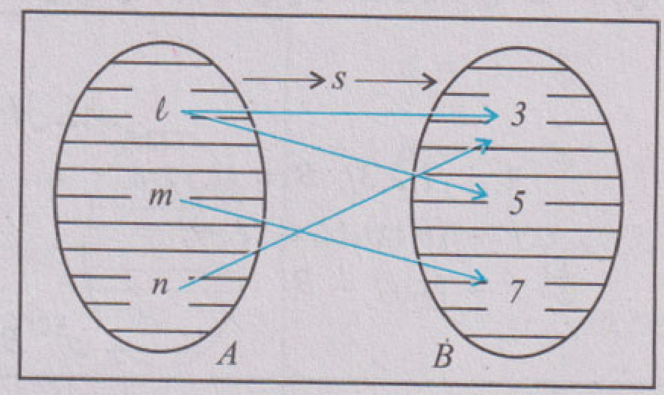
(iii) مترتب جوڑوں میں سیٹ A کے ہر ایک رکن کو سیٹ B کے ارکان سے جوڑا گیا ہے۔
یعنی کے r کے کسی دو مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔

(iv) رینج $r = \{3,7\} \neq B$

لہٰذا 'r' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

آیئے سیٹ 'S' A سے B کی جانب ایک اور ثنائی ربط لیتے ہیں۔

$S = \{(\ell,3), (\ell,5), (m,7), (n,3)\}$



(i) $S \subset A \times B$

(ii) Dom $S = \{\ell, m, n\} = A$

(iii) مترتب جوڑوں $(\ell,3)$, $(\ell,5)$ میں پہلے رکن 'ℓ' کی تکرار ہے یعنی $\ell \in A$ کو
$3,5 \in B$ کے دو اراکین سے جوڑا گیا ہے۔

لہٰذا 'S' ایک فنکشن نہیں ہے۔

ان جیکٹو فنکشن Injective Function

اگر 'f' A اِن ٹو B اس طرح سے فنکشن ہو کہ 'f' کے کسی دو مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے ارا کین ایک جیسے نہ ہوں۔
تو پھر f کو "اِن جیکٹو" فنکشن کہتے ہیں۔

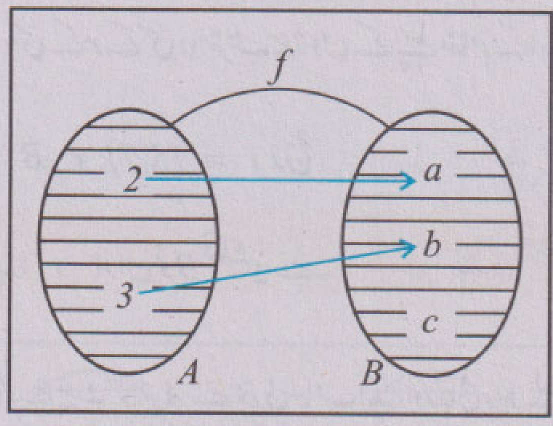
مثلاً $A = \{2, 3\}, \quad B = \{a, b, c\},$

$$f = \{(2, a), (3, b)\}$$

(i) ڈومین $f = \{2, 3\} = A$

(ii) f کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارا کین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔

(iii) رینج $f \neq B$



لہٰذا 'f' A اِن ٹو B فنکشن ہے۔

(iv) f کے مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے ارا کین ایک جیسے نہیں (تکرار نہیں پائی جاتی)
پس 'f' ون۔ون ہے۔ لہٰذا 'f' اِن جیکٹو فنکشن ہے۔

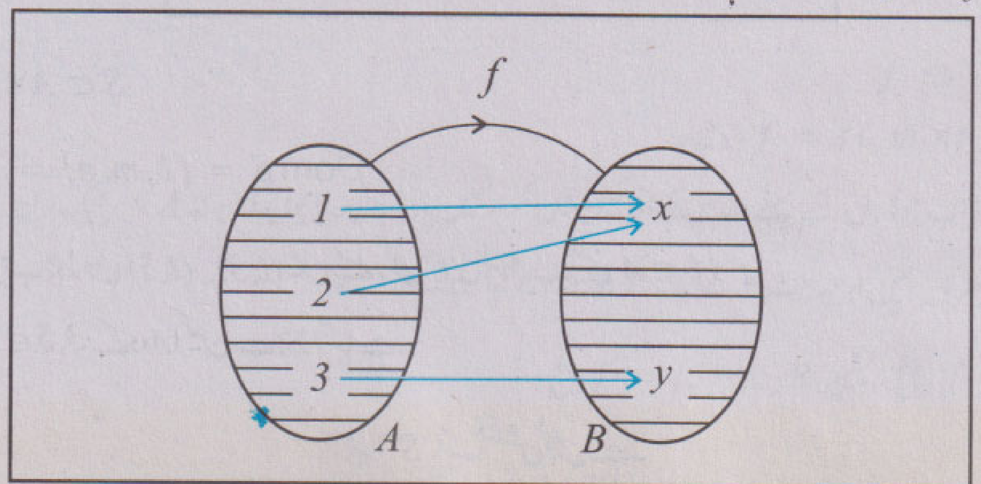
آن ٹو فنکشن Surjective Function

اگر 'f' سیٹ A ٹو B ایسا فنکشن ہو کہ 'f' کی رینج سیٹ B کے برابر ہو یعنی رینج $f = B$، تب 'f' A آن ٹو B فنکشن کہلاتا ہے۔

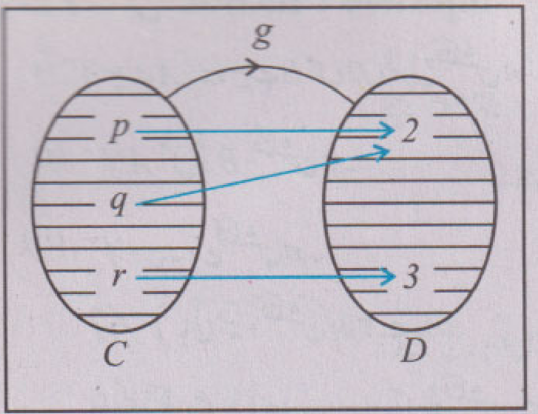
مثال کے طور پر

$$A = \{1, 2, 3\}, \; B = \{x, y\}$$
$$f = \{(1, x), (2, x), (3, y)\}$$
رینج $f = \{x, y\} = B$

لہٰذا 'f' A آن ٹو B فنکشن ہے۔



مثال :- فرض کیا



$$C = \{p, q, r\}$$

$$D = \{2, 3\}$$

$$C \times D = \{(p,2), (q,2), (r,2), (p,3), (q,3), (r,3)\}$$

$$g = \{(p,2), (q,2), (r,3)\}$$

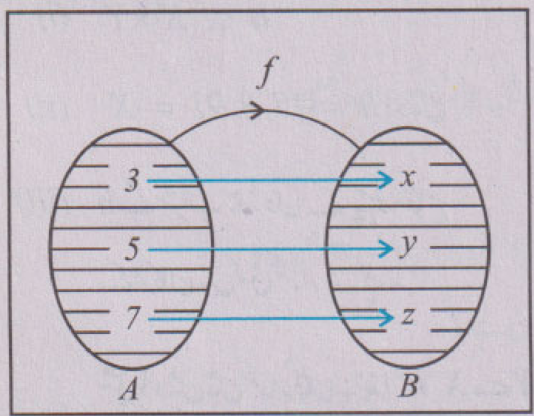
(i) ڈومین $g = \{p, q, r\}$

(ii) g کے کسی بھی دو مترتب جوڑوں کے پہلے ارکان میں تکرار نہیں پائی جاتی ہے۔
لہٰذا g, C سے D کی جانب فنکشن ہے۔

(iii) رینج $(g) = D$

پس $'g'$, C آن ٹو D فنکشن ہے۔

مثال :- فرض کیا



$$A = \{3, 5, 7\}$$

$$B = \{x, y, z\}$$

$$A \times B = \{(3,x), (3,y), (3,z), (5,x), (5,y), (5,z), (7,x), (7,y), (7,z)\}$$

$$f = \{(3,x), (5,y), (7,z)\}$$

(i) ڈومین $f = \{3, 5, 7\} = A$

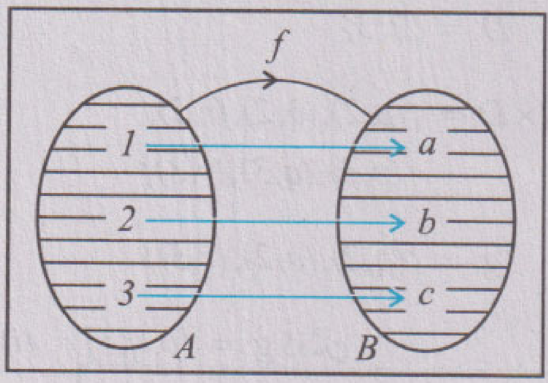
(ii) $'f'$ کے کسی بھی دو مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں تکرار نہیں پائی جاتی ہے۔
لہٰذا $'f'$ A سے B فنکشن ہے۔

(iii) رینج $f = B$

پس $'f'$ A آن ٹو B فنکشن ہے۔

بائی جیکٹو فنکشن Bijective Function

اگر 'f' سیٹ A سے سیٹ B میں اس طرح فنکشن ہو کہ



(i) 'f' A آن ٹو B فنکشن ہو۔

(ii) 'f' ون۔ون فنکشن ہو۔

تو پھر 'f' بائی جیکٹو فنکشن کہلاتا ہے۔

دی گئی شکل میں 'f' ون۔ون اور آن ٹو فنکشن ہے۔

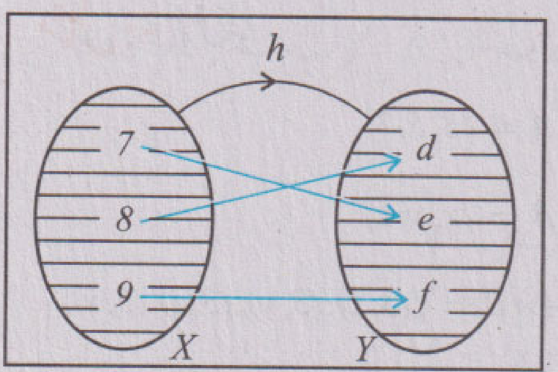
$$f = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$$

مثال :- فرض کیا

$$X = \{7, 8, 9\}, \quad Y = \{d, e, f\}$$

تب، $X \times Y = \{(7,d),(8,d),(9,d),(7,e),(8,e),(9,e),(7,f),(8,f),(9,f)\}$

اور $h = \{(7,e),(8,d),(9,f)\}$



(i) $h \subset X \times Y$

(ii) ڈومین $h = \{7,8,9\} = X$

(iii) h کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں کوئی تکرار نہ ہے۔

یعنی ڈومین میں تکرار نہیں۔لہٰذا 'h' X سے Y کی جانب فنکشن ہے۔

(iv) رینج $h = Y = \{d,e,f\}$

پس h.X آن ٹو Y فنکشن ہے۔

(v) مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے ارکان جو کہ Y سے ہیں میں تکرار نہیں ہے۔

لہٰذا 'h' (ون۔ون) فنکشن ہے۔ اس لیے 'h' بائی جیکٹو فنکشن ہے۔

مشق 8.2

-1 اگر $A = \{3,5,6\}$, $B = \{1,3\}$ ہوتو $A \times B$ اور $B \times A$ معلوم کیجئے۔
اور خود سے دو دو ثنائی روابط لکھ کر ان کی ڈومین اور رینج معلوم کیجئے۔

-2 اگر $A = \{-2,1,4\}$ تو A میں دو ثنائی روابط لکھ کر اُن کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

-3 مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) $C \times C$ میں جبکہ C کے ارکان کی تعداد 3 ہے۔

(ii) $A \times B$ میں جبکہ A میں 3 ارکان اور B میں 4 ارکان ہوں۔

-4 اگر $L = \{1,2,3\}$ اور $M = \{2,3,4\}$ ہوتو 'R' ثنائی ربط ایسا لکھیے کہ:
$R = \{(x,y) \mid x \in L\,,\, y \in M \wedge y \le x\}$ اور R کی ڈومین اور رینج بھی لکھیے۔

-5 اگر $X = \{0,3,5\}$ اور $Y = \{2,4,8\}$ ہوتو $X \times Y$ میں چار ثنائی روابط لکھیے۔

-6 اگر $A = \{a,b,c\}$ اور $B = \{2,4,6\}$ اور $f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$
ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہوتو ثابت کیجئے کہ 'f' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

-7 اگر $A = \{\ell, m, n\}$ اور $B = \{1,2,3\}$ اور $g = \{(\ell,3)(m,1)(n,1)\}$
ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہوتو ثابت کیجئے کہ 'g' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

-8 اگر $A = \{1,3,5\}$ اور $B = \{x,y,z\}$ اور $g = \{(1,x),(3,y),(5,z)\}$
ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہوتو ثابت کیجئے A,g آن ٹو B فنکشن ہے۔

جائزہ مشق 8

-1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cup B = ?$

(a) Φ (b) $B \cup A$ (c) $A \cap B$ (d) $B \cap A$

(ii) اگر A اور B دو متراکب (Overlapping) سیٹ ہوں تو $A \cap B = ?$

(a) Φ (b) $B \cap A$ (c) $A \cap B$ (d) $B \cup A$

(iii) دو سیٹوں A اور B کے لیے $A \cup B = B \cup A$ کہلاتا ہے۔

(a) خاصیت مبادلہ (b) خاصیت تلازم (c) ڈی مارگن کا قانون (d) دو سیٹوں کا کمپلیمنٹ

(iv) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ کہلاتی ہے۔

(a) خاصیت مبادلہ (b) خاصیت تلازم (c) ڈی مارگن کا قانون (d) سیٹوں کا تقاطع

(v) اگر $U = \{1,2,3,4\}$, $A = \{4\}$ تو $A^c = ?$

(a) $\{1,2,3\}$ (b) Φ (c) $\{1\}$ (d) $\{1,2,3,4\}$

(vi) اگر $U = \{1,2,3\}$, $A = \{1\}$ ہو تو $U - A = ?$

(a) $\{2,3\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,3\}$ (d) Φ

(vii) $(A \cup B)^c = ?$

(a) $A^c \cup B^c$ (b) $A^c \cap B^c$ (c) $(A \cap B)^c$ (d) Φ

(viii) $(A \cap B)^c = ?$

(a) $A^c \cap B^c$ (b) $A^c \cup B^c$ (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

(ix) اگر $R = \{(4,5),(5,4),(5,6),(6,4)\}$ ہو تو ڈومین $(R) = ?$

(a) $\{4,6\}$ (b) $\{4,5\}$ (c) $\{4,5,6\}$ (d) $\{5,6\}$

(x) اگر $R = \{(4,5),(5,4),(5,6),(6,4)\}$ ہو تو رینج $(R) = ?$

(a) $\{4\}$ (b) $\{5\}$ (c) $\{6\}$ (d) $\{4,5,6\}$

-2 خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i) $(A \cup B)' =$ ______________

(ii) $(A \cap B)' =$ ______________

(iii) $A \cup (B \cup C) =$ ______________

(iv) $A \cap (B \cap C) =$ ______________

(v) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cup B = B \cup A$ ______________ کہلاتی ہے۔

(vi) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cap B = B \cap A$ ______________ کہلاتی ہے۔

(vii) دوسیٹوں کے کارتیسی حاصل ضرب کا تحتی سیٹ ______________ کہلاتا ہے۔

(viii) اگر $R_1 = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ ہوتو R_1 کی ڈومین ______________ ہے۔

(ix) اگر $R_1 = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ ہوتو R_1 کی رینج ______________ ہے۔

(x) اگر $f : A \to B$ ہوتو سیٹ A کے ہر رکن کی امیج ______________ میں ہوگی۔

-3 اگر $A=\{1,2,3,4,5,6\}$، $B=\{2,3,4,6\}$ اور $C=\{2,3,4,7,8,9\}$ ہوتو ثابت کیجئے کہ

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

-4 اگر $A=\{2,3,4\}$، $B=\{3,6,9,12\}$ اور $C=\{4,6,8,10\}$ ہوتو ثابت کیجئے کہ

$$A \cup (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

-5 اگر $A=\{2,3,4\}$ اور $B=\{1,3\}$ ہوتو $A \times B$ اور $B \times A$ لکھیے۔ نیز ان میں دو، دوثنائی روابط بھی بنائیے۔

-6 درج ذیل میں ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) $C \times C$ میں اگر C میں ارکان کی تعداد 4 ہو۔

(ii) $A \times B$ میں اگر A میں 2 اور B میں 3 ارکان ہوں۔

-7 اگر $R = \{(a,b) : a,b \in W, 3a + 2b = 16\}$ ہوتو R کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

خلاصہ

- واضح اور جدا جدا اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کو سیٹ کہتے ہیں۔

قدرتی اعداد کا سیٹ $N = \{1,2,3,\cdots\}$

مکمل اعداد کا سیٹ $W = \{0,1,2,3,\cdots\}$

صحیح اعداد کا سیٹ $Z = \{\cdots-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots\}$

ناطق اعداد کا سیٹ $Q = \{\frac{p}{q} \mid p,q \in Z,\ q \neq 0\}$

غیر ناطق اعداد کا سیٹ Q'

حقیقی اعداد کا سیٹ $R = Q \cup Q'$

- اگر زیر بحث سیٹ اس طرح سے ہوں کہ ان میں ایک ایسا سیٹ ہو جو ان تمام سیٹوں کا فوقی (سپر) سیٹ ہو تو ایسا سیٹ یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے جسے علامت 'U' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

- اگر سیٹ A کسی یونیورسل سیٹ U کا تحتی سیٹ ہو تو A کمپلیمنٹ جسے A' , A^c سے ظاہر کیا جاتا ہے۔U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A میں نہ ہوں اسے ہم A کا کمپلیمنٹ کہتے ہیں۔

- اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو کارتیسی ضرب $A \times B$ کا ہر تحتی سیٹ A سے B کی جانب ثنائی ربط کہلاتا ہے۔

- ایک ثنائی ربط 'f' دو غیر خالی سیٹوں A اور B کے درمیان اس طرح ہو کہ

(i) ڈومین $f = A$

(ii) ثنائی ربط 'f' کوئی سے بھی دو مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں تکرار نہ ہو تو 'f' کو A سے B کا فنکشن کہتے ہیں۔

- دو سیٹوں A اور B کے یونین سے مراد ان ارکان کا سیٹ ہے جو یا تو A میں یا B میں ہوں اسے $A \cup B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

- دو سیٹوں A اور B کا تقاطع جسے $A \cap B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے، سے مراد ایسا سیٹ ہے جو A اور B دونوں کے مشترک ارکان پر مشتمل ہو۔

- اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو A سے B کے فرق سے مراد A کے ان ارکان کا سیٹ جو سیٹ B میں نہ ہوں اسے علامتی طور پر $(A-B)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔