یونٹ 10

متماثل مثلثان

(CONGRUENT TRIANGLES)

یونٹ میں مطالعہ کی اہم حدود (Unit Outlines)

10.1 متماثل مثلثان (Congruent Triangles)

یونٹ میں طلبا کے لیے سیکھنے کے اہم وسیع تر ما حصل/نتائج (Students Learning Outcomes)

اس یونٹ کا مطالعہ کر کے نفس مضمون کو سیکھنے کا عمل اس وقت مکمل سمجھا جائے گا جب طلبا درج ذیل تصورات پر عملی دسترس حاصل کر کے اس قابل ہو جائیں گے کہ

☆ ثابت کر سکیں کہ دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کا ایک ضلع اور دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ ضلع اور زاویوں کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔

☆ ثابت کر سکیں کہ اگر کسی مثلث کے دو زاویے متماثل ہوں تو ان کے مخالف اضلاع بھی متماثل ہوتے ہیں۔

☆ ثابت کر سکیں کہ دو مثلثوں کی مطابقت میں اگر ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسری مثلث کے متناظرہ تین اضلاع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔ (ض۔ض۔ض ≅ ض۔ض۔ض)

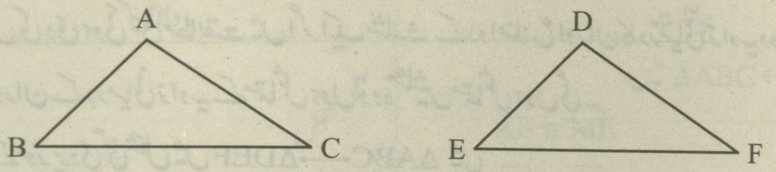
☆ ثابت کر سکیں کہ اگر دو قائمہ زاویہ مثلثوں کی کسی مطابقت میں ایک مثلث کا وتر اور ایک ضلع دوسری مثلث کے وتر اور متناظرہ ضلع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوں گی۔ (وتر۔ضلع ≅ وتر۔ضلع)

10.1 متماثل مثلثان

تعارف

اس یونٹ سے متعلق مسئلوں کو ثابت کرنے سے پیشتر ہم دو مثلثوں کے درمیان (1-1) مطابقت اور ان کی مماثلت کی وضاحت کریں گے۔ (1-1) مطابقت کے لیے نشان ⟷ استعمال کیا جاتا ہے۔ علاوہ ازیں ض۔ز۔ض موضوعہ

(S.A.S. Postulate) بیان کریں گے۔



دی گئی دو مثلثان مثلاً ΔABC اور ΔDEF میں جو چھ ممکنہ (1 – 1) مطابقتیں قائم کی جا سکتی ہیں ان میں سے ایک مطابقت کی وضاحت درج ذیل ہے۔

$\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ کا مطلب یہ ہے کہ

$\angle A \longleftrightarrow \angle D$	($\angle A$ اور $\angle D$ باہم مطابق زاویے ہیں)
$\angle B \longleftrightarrow \angle E$	($\angle B$ اور $\angle E$ باہم مطابق زاویے ہیں)
$\angle C \longleftrightarrow \angle F$	($\angle C$ اور $\angle F$ باہم مطابق زاویے ہیں)
$\overline{AB} \longleftrightarrow \overline{DE}$	($\overline{AB}$ اور $\overline{DE}$ باہم مطابق اضلاع ہیں)
$\overline{BC} \longleftrightarrow \overline{EF}$	($\overline{BC}$ اور $\overline{EF}$ باہم مطابق اضلاع ہیں)
$\overline{CA} \longleftrightarrow \overline{FD}$	($\overline{CA}$ اور $\overline{FD}$ باہم مطابق اضلاع ہیں)

مثلثوں کی مماثلت (Congruency of Triangles)

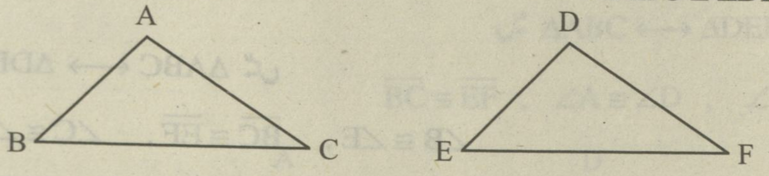
دو مثلثیں متماثل (علامت $\cong$) کہلاتی ہیں اگر ان کے درمیان کم از کم ایک (1-1) مطابقت ایسی قائم کی جا سکے جس میں باہم مطابقت رکھنے والے اضلاع اور زاویے متماثل ہوں۔ یعنی

اگر مطابقت $\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{CA} \cong \overline{FD}$ (تینوں متناظرہ اضلاع)

اور $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$ (تینوں متناظرہ زاویے)

تو $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



نوٹ

(i) یہ مثلثیں مذکورہ بالا (1- 1) مطابقت کے انتخاب کے لحاظ سے متماثل ہیں۔

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

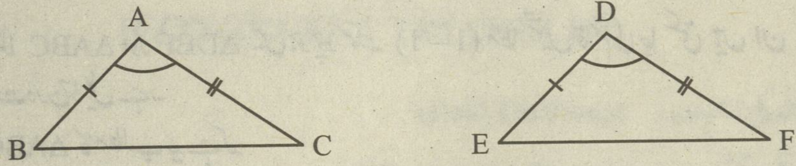
(iii) $\Delta ABC \cong \Delta DEF \Leftrightarrow \Delta DEF \cong \Delta ABC$

(iv) اگر $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ اور $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ تو $\Delta DEF \cong \Delta PQR$

ض۔ز۔ض کا موضوعہ **(S.A.S Postulate)**

دو مثلثوں کی دی ہوئی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ دوسری مثلث کے متناظرہ دو اضلاع اور ان کے درمیانی زاویہ کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوں گی۔

مثال کے طور پر دی گئی شکل میں $\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں

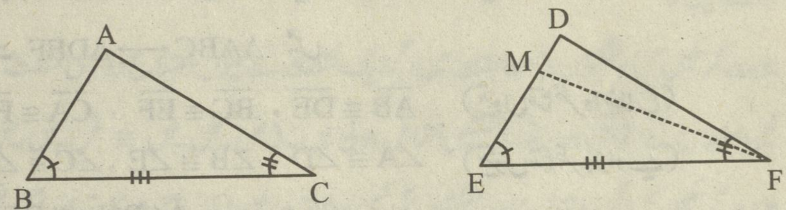


اگر
$$\begin{cases} \overline{AB} \cong \overline{DE} \\ \angle A \cong \angle D \\ \overline{AC} \cong \overline{DF} \end{cases}$$

تو $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (S.A.S. Postulate)

مسئلہ **10.1.1**

دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کا ایک ضلع اور کوئی دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ ضلع اور زاویوں کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔ (ز۔ض۔ز $\cong$ ز۔ض۔ز)



معلوم $\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں

$\angle B \cong \angle E$ ، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، $\angle C \cong \angle F$

مطلوب $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

عمل فرض کیجیے $\overline{AB} \not\cong \overline{DE}$

$\overline{DE}$ پر ایک نقطہ M اس طرح لیں کہ $\overline{AB} \cong \overline{ME}$

نقاط M اور F کو ملائیں۔

ثبوت

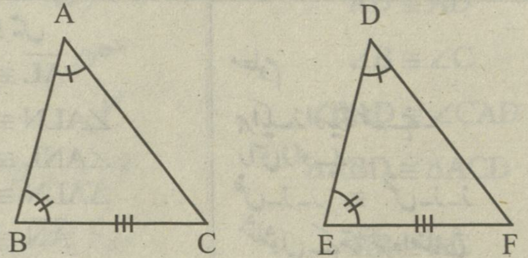
دلائل	بیانات
	$\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta MEF$ میں
عمل	$\overline{AB} \cong \overline{ME}$ ...... (i)
معلوم	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ...... (ii)
معلوم	$\angle B \cong \angle E$ ...... (iii)
ض۔ز۔ض موضوعہ	$\therefore \quad \Delta ABC \cong \Delta MEF$
متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے	پس $\angle C \cong \angle MFE$
معلوم	لیکن $\angle C \cong \angle DFE$
دونوں میں سے ہر ایک $\angle C$ کے متماثل ہے (ثابت شدہ)	$\therefore \quad \angle DFE \cong \angle MFE$
	لیکن یہ محال ہے اور صرف اس وقت ممکن ہے جب D اور M منطبق ہوں یعنی $D \cong M$ اور $\overline{ME} \cong \overline{DE}$
$\overline{AB} \cong \overline{ME}$ (عمل) اور $\overline{ME} \cong \overline{DE}$ (ثابت شدہ)	پس $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ...... (iv)
	لہٰذا (ii)، (iii) اور (iv) کی رو سے
ض۔ز۔ض موضوعہ	$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

نتیجہ صریح

دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کا ایک ضلع اور کوئی دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ ضلع اور زاویوں کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔ (ض۔ز۔ز ≅ ض۔ز۔ز)

معلوم مطابقت $\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں

$\overline{BC} \cong \overline{EF} \quad , \quad \angle A \cong \angle D \quad , \quad \angle B \cong \angle E$



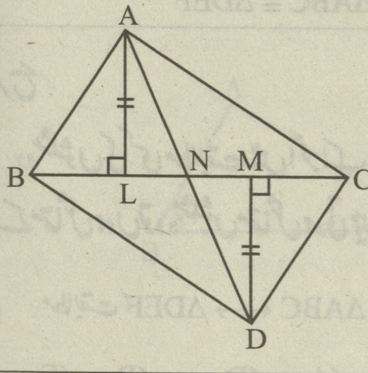
مطلوب $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

ثبوت

دلائل	بیانات
	$\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں
معلوم	$\angle B \cong \angle E$
معلوم	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$
	لیکن مثلث کے تینوں اندرونی زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔
$\angle B \cong \angle E$, $\angle A \cong \angle D$ (معلوم)	$\therefore$ $\angle C \cong \angle F$
ز۔ض۔ز $\cong$ ز۔ض۔ز	لہٰذا $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

مثال

اگر ΔABC اور ΔDCB مشترک قاعدہ $\overline{BC}$ کے لحاظ سے ایک دوسری کی مخالف اطراف میں اس طرح واقع ہوں کہ $\overline{AL} \perp \overline{BC}$، $\overline{DM} \perp \overline{BC}$ اور $\overline{AL} \cong \overline{DM}$ تو ثابت کیجیے کہ $\overline{BC}$ تنصیف کرتا ہے $\overline{AD}$ کی۔



معلوم ΔABC اور ΔDCB مشترک قاعدہ $\overline{BC}$ کے لحاظ سے ایک دوسری کی مخالف اطراف میں اس طرح واقع ہیں کہ

$\overline{AL} \perp \overline{BC}$، $\overline{DM} \perp \overline{BC}$، $\overline{AL} \cong \overline{DM}$

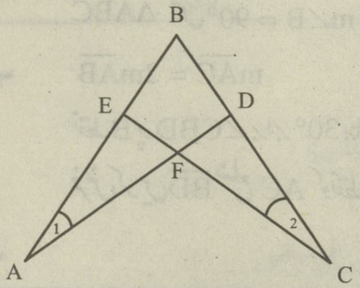
$\overline{BC}$ نقطہ N پر $\overline{AD}$ کو قطع کرتا ہے۔

مطلوب $\overline{AN} \cong \overline{DN}$

ثبوت

دلائل	بیانات
	$\Delta ALN \longleftrightarrow \Delta DMN$ میں
معلوم	$\overline{AL} \cong \overline{DM}$
ہر ایک زاویہ قائمہ ہے۔	$\angle ALN \cong \angle DMN$
راسی زاویے	$\angle ANL \cong \angle DNM$
ض۔ز۔ز $\cong$ ض۔ز۔ز	$\therefore$ $\Delta ALN \cong \Delta DMN$
مثلثوں کے متناظرہ اضلاع	لہٰذا $\overline{AN} \cong \overline{DN}$

مشق 10.1



1۔ دی گئی شکل میں

$\overline{AB} \cong \overline{CB}$ اور $\angle A \cong \angle C$ $(\angle 1 \cong \angle 2)$ ۔

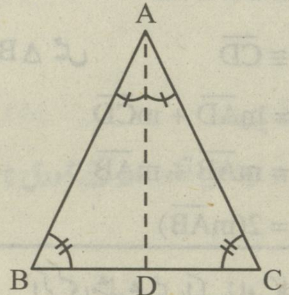
ثابت کریں کہ $\Delta ABD \cong \Delta CBE$

2۔ کسی زاویہ کی ناصف شعاع پر واقع ایک نقطہ سے زاویہ کے بازوؤں پر عمود کھینچے گئے ہیں۔ ثابت کریں کہ یہ عمود لمبائی میں برابر ہیں۔

3۔ ΔABC میں $\angle B$ اور $\angle C$ کے ناصف نقطہ I پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ ثابت کریں کہ نقطہ I مثلث ABC کے تینوں اضلاع سے مساوی الفاصلہ ہوگا۔

مسئلہ 10.1.2

اگر کسی مثلث کے دو زاویے متماثل ہوں تو ان کے مخالف اضلاع بھی متماثل ہوتے ہیں۔



معلوم ΔABC میں $\angle B \cong \angle C$

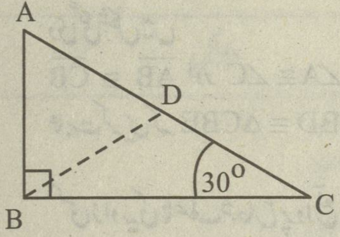
مطلوب $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

عمل $\angle A$ کا ناصف کھینچا، جس نے $\overline{BC}$ کو نقطہ D پر قطع کیا۔

ثبوت

بیانات	دلائل
$\Delta ABD \longleftrightarrow \Delta ACD$ میں	
$\overline{AD} \cong \overline{AD}$	مشترک
$\angle B \cong \angle C$	معلوم
$\angle BAD \cong \angle CAD$	عمل
لہٰذا $\Delta ABD \cong \Delta ACD$	ض۔ز۔ز ≅ ض۔ز۔ز
پس $\overline{AB} \cong \overline{AC}$	متماثل مثلثوں کے متناظرہ اضلاع

مثال 1 اگر کسی قائمۃ الزاویہ مثلث کا ایک زاویہ 30° ہو تو وتر اس زاویہ کے مخالف ضلع کی لمبائی سے دوگنا ہوتا ہے۔



معلوم ΔABC میں $m\angle B = 90^\circ$ اور $m\angle C = 30^\circ$

مطلوب $m\overline{AC} = 2m\overline{AB}$

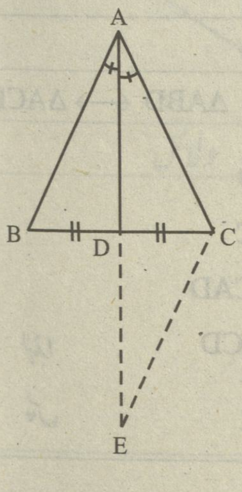
عمل نقطہ B پر $\angle CBD$ برابر 30° بنائیں۔

فرض کریں $\overline{BD}$ ضلع AC کو نقطہ D پر قطع کرتا ہے۔

ثبوت

بیانات	دلائل
ΔABD میں	
$m\angle A = 60^\circ$	$m\angle ABC = 90^\circ$ اور $m\angle C = 30^\circ$
$m\angle ABD = m\angle ABC - m\angle CBD$	
$= 60^\circ$	$m\angle ABC = 90^\circ$ (معلوم)، $m\angle CBD = 30^\circ$ (عمل)
$\therefore \angle ADB = 60^\circ$	ΔABD کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ $= 180^\circ$
اس لیے ΔABD مساوی الاضلاع ہے۔	مثلث کا ہر ایک زاویہ $= 60^\circ$
یعنی $\overline{AB} \cong \overline{BD} \cong \overline{AD}$	مساوی الاضلاع مثلث کے اضلاع
ΔBCD میں $\overline{BD} \cong \overline{CD}$	$\angle C = \angle CBD$ (ہر ایک زاویہ $= 30^\circ$)
لہٰذا $m\overline{AC} = m\overline{AD} + m\overline{CD}$	
$= m\overline{AB} + m\overline{AB}$	$m\overline{AD} \cong m\overline{AB}$ اور $m\overline{CD} \cong m\overline{BD} \cong m\overline{AB}$
$= 2(m\overline{AB})$	

مثال 2 اگر کسی مثلث میں ایک زاویہ کا ناصف مخالف ضلع کی تنصیف کرے تو وہ مساوی الساقین مثلث ہوگی۔



معلوم ΔABC میں $\angle A$ کا ناصف مخالف ضلع $\overline{BC}$ کی نقطہ D پر تنصیف کرتا ہے اور $\overline{BD} \cong \overline{CD}$

مطلوب $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ یعنی ΔABC مساوی الساقین ہے۔

عمل $\overline{AD}$ کو D سے پرے E تک اتنا بڑھائیں کہ $\overline{ED} \cong \overline{AD}$

نقطہ C کو نقطہ E سے ملائیں۔

ثبوت

دلائل	بیانات
	$\Delta ADB \longleftrightarrow \Delta EDC$
عمل	$\overline{AD} \cong \overline{ED}$
راسی زاویے	$\angle ADB \cong \angle EDC$
معلوم	$\overline{BD} \cong \overline{CD}$
ض۔ز۔ض موضوعہ	$\therefore \quad \Delta ADB \cong \Delta EDC$
متماثل مثلثوں کے متناظرہ اضلاع	$\therefore \quad \overline{AB} \cong \overline{EC}$ I
متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے	اور $\angle BAD \cong \angle E$
معلوم ($\overline{AD}$ زاویہ A کا ناصف ہے)	لیکن $\angle BAD \cong \angle CAD$
ہر ایک زاویہ $\angle BAD$ کے متماثل ہے۔	$\angle E \cong \angle CAD$
	ΔACE میں
$\angle E \cong \angle CAD$ (ثابت شدہ)	$\overline{AC} \cong \overline{EC}$ II
(I) اور (II) کی رو سے	لہٰذا $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

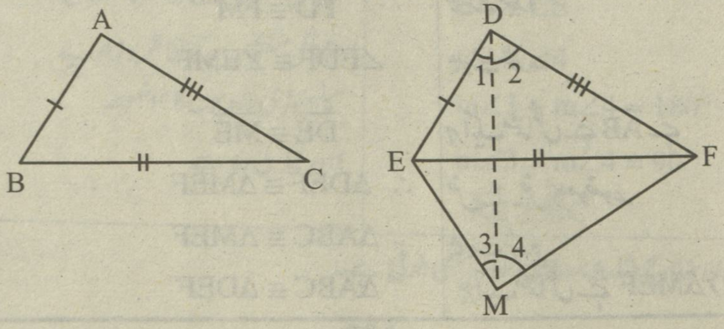
مشق 10.2

1۔ ثابت کریں کہ متماثل الاضلاع مثلث کے کوئی بھی دو وسطانیے متماثل ہوتے ہیں۔

2۔ ثابت کریں کہ ایک نقطہ جو کسی قطعہ خط کے سروں سے مساوی الفاصلہ ہو وہ اس قطعہ خط کے عمودی ناصف پر واقع ہوگا۔

مسئلہ 10.1.3

اگر دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسری مثلث کے متناظرہ اضلاع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں (ض۔ض۔ض ≅ ض۔ض۔ض)



معلوم $\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ اور $\overline{CA} \cong \overline{FD}$

مطلوب $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

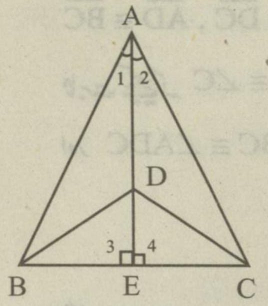
عمل فرض کیا کہ ΔDEF میں ضلع $\overline{EF}$ باقی دونوں اضلاع میں سے کسی سے چھوٹا نہیں ہے۔ $\overline{EF}$ پر ΔDEF کے ساتھ ΔMEF اس طرح بنائی کہ $\angle FEM \cong \angle B$ اور $\overline{ME} \cong \overline{AB}$ نقطہ D کو نقطہ M سے ملایا۔
مندرجہ بالا اشکال کے مطابق زاویوں کے نام $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ اور $\angle 4$ رکھے۔

ثبوت

بیانات	دلائل
$\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta MEF$ میں	
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$	معلوم
$\angle B \cong \angle FEM$	عمل
$\overline{AB} \cong \overline{ME}$	عمل
$\therefore \quad \Delta ABC \cong \Delta MEF$	ض۔ز۔ض کا موضوعہ
اور $\overline{CA} \cong \overline{FM}$ ...... (i)	متماثل مثلثوں کے متناظرہ اضلاع
$\overline{CA} \cong \overline{FD}$ ...... (ii)	معلوم
$\therefore \quad \overline{FM} \cong \overline{FD}$	(i)اور (ii) کی رو سے
ΔFDM میں	
$\angle 2 \cong \angle 4$ ...... (iii)	$\overline{FM} \cong \overline{FD}$ (ثابت شدہ)
اسی طرح $\angle 1 \cong \angle 3$ ...... (iv)	
$\therefore \quad m\angle 2 + m\angle 1 = m\angle 4 + m\angle 3$	نتائج (iii) اور (iv) سے
$\therefore \quad m\angle EDF = m\angle EMF$	
اب $\Delta DEF \longleftrightarrow \Delta MEF$ میں	
$\overline{FD} \cong \overline{FM}$	ثابت شدہ
اور $\angle EDF \cong \angle EMF$	ثابت شدہ
$\overline{DE} \cong \overline{ME}$	ہر ایک متماثل ہے $\overline{AB}$ ہے
پس $\therefore \quad \Delta DEF \cong \Delta MEF$	ض۔ز۔ض کا موضوعہ
اور $\Delta ABC \cong \Delta MEF$	ثابت شدہ
لہٰذا $\Delta ABC \cong \Delta DEF$	ہر ایک متماثل ہے ΔMEF (ثابت شدہ)

صریح نتیجہ

اگر دو مساوی الساقین مثلثیں مشترک قاعدہ کے ایک ہی طرف تشکیل دی گئی ہوں تو ان کے راسوں میں سے گزرنے والا خط ان کے مشترکہ قاعدہ کا عمودی ناصف ہوگا۔



معلوم ΔABC اور ΔDBC مشترکہ قاعدہ $\overline{BC}$ کے ایک ہی طرف اس طرح تشکیل دی گئی ہیں کہ

$\overline{AB} \cong \overline{AC}$, $\overline{DB} \cong \overline{DC}$

اور قطعہ خط AD کو نقطہ D سے پرے بڑھانے پر $\overline{BC}$ کو E پر ملتا ہے۔

مطلوب $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ اور $\overline{BE} \cong \overline{CE}$

ثبوت

بیانات	دلائل
میں $\Delta ADB \longleftrightarrow \Delta ADC$	
$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	معلوم
$\overline{DB} \cong \overline{DC}$	معلوم
$\overline{AD} \cong \overline{AD}$	مشترک
$\therefore$ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$	ض۔ض۔ض ≅ ض۔ض۔ض
$\therefore$ $\angle 1 \cong \angle 2$	متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے
میں $\Delta ABE \longleftrightarrow \Delta ACE$	
$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	معلوم
$\angle 1 \cong \angle 2$	ثابت شدہ
$\overline{AE} \cong \overline{AE}$	مشترک
$\therefore$ $\Delta ABE \cong \Delta ACE$	ض۔ز۔ض موضوعہ
$\therefore$ $\overline{BE} \cong \overline{CE}$	متماثل مثلثوں کے متناظرہ اضلاع
$\angle 3 \cong \angle 4$ I	متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے
$\because$ $m\angle 3 + m\angle 4 = 180°$ II	سپلیمنٹری زاویوں کا موضوعہ
$\therefore$ $m\angle 3 = m\angle 4 = 90°$	I اور II کی رو سے
لہٰذا $\overline{AE} \perp \overline{BC}$	

صریح نتیجہ متساوی الاضلاع مثلث مساوی الزاویہ بھی ہوتی ہے۔

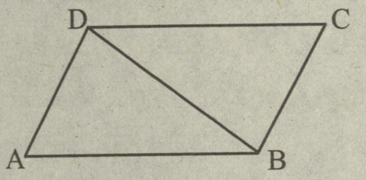
مشق 10.3

1- شکل (i) میں

$\overline{AB} \cong \overline{DC}$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

ثابت کیجیے کہ $\angle A \cong \angle C$

اور $\angle ABC \cong \angle ADC$



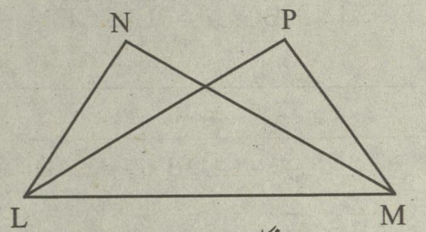
شکل (i)

2- شکل (ii) میں

$\overline{LN} \cong \overline{MP}$, $\overline{MN} \cong \overline{LP}$

ثابت کیجیے کہ $\angle N \cong \angle P$ اور

$\angle NML \cong \angle PLM$

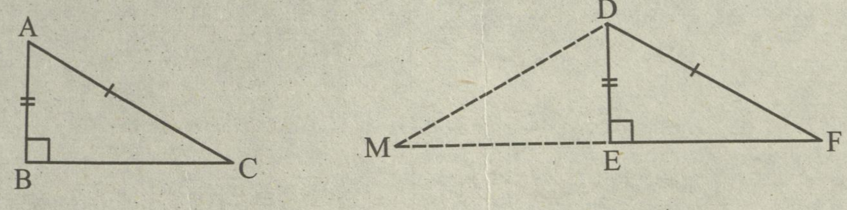


شکل (ii)

3- ثابت کیجیے کہ مساوی الساقین مثلث کے قاعدہ کی تنصیف کرنے والا وسطانیہ راسی زاویہ کا ناصف اور قاعدہ پر عمود ہوتا ہے۔

مسئلہ 10.1.4

اگر دو قائمہ زاویہ مثلثوں کی کسی مطابقت میں ایک مثلث کا وتر اور ایک ضلع دوسری مثلث کے وتر اور متناظرہ ضلع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوں گی (وتر۔ضلع ≅ وتر۔ضلع)



معلوم $\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں

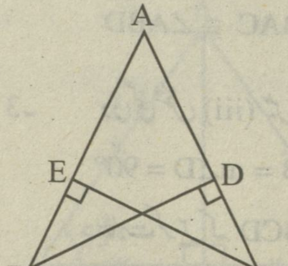
$\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{CA} \cong \overline{FD}$, $\angle B \cong \angle E$ (قائمہ زاویے)

مطلوب $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

عمل $\overline{FE}$ کو نقطہ M تک اس طرح بڑھایا کہ $\overline{EM} \cong \overline{BC}$ ، نقطہ D کو نقطہ M سے ملایا۔

ثبوت

دلائل	بیانات
سپلیمنٹری زاویے	$m\angle DEF + m\angle DEM = 180°$ … (i)
معلوم	اب $m\angle DEF = 90°$ …… (ii)
نتائج (i) اور (ii) سے	$\therefore$ $m\angle DEM = 90°$
	$\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEM$ میں
عمل	$\overline{BC} \cong \overline{EM}$
ہر ایک قائمہ ہے	$\angle ABC \cong \angle DEM$
معلوم	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$
ض۔ز۔ض کا موضوعہ	$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEM$
متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے	اور $\angle C \cong \angle M$
متماثل مثلثوں کے متناظرہ اضلاع	$\overline{CA} \cong \overline{MD}$
معلوم	لیکن $\overline{CA} \cong \overline{FD}$
ہر ایک متماثل ہے $\overline{CA}$ کے	$\therefore$ $\overline{MD} \cong \overline{FD}$
	ΔDMF میں
$\overline{FD} \cong \overline{MD}$ (ثابت شدہ)	$\angle F \cong \angle M$
ثابت شدہ	لیکن $\angle C \cong \angle M$
ہر ایک متماثل ہے $\angle M$ کے	$\therefore$ $\angle C \cong \angle F$
	$\Delta ABC \longleftrightarrow \Delta DEF$ میں
معلوم	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$
معلوم	$\angle ABC \cong \angle DEF$
ثابت شدہ	$\angle C \cong \angle F$
ض۔ز۔ز $\cong$ ض۔ز۔ز	$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



مثال اگر کسی مثلث کے دو راسوں سے مخالف اضلاع پر گرائے گئے عمود متماثل ہوں تو وہ مثلث متماثل الساقین ہوگی۔

معلوم ΔABC میں

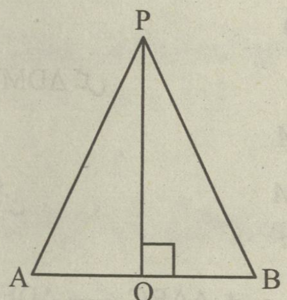
$\overline{BD} \perp \overline{AC}$ اور $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ اس طرح کہ $\overline{BD} \cong \overline{CE}$

مطلوب $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

ثبوت

بیانات	دلائل
$\Delta BCD \longleftrightarrow \Delta CBE$ میں	
$\angle BDC \cong \angle BEC$	معلوم (ہر ایک زاویہ = 90°)
$\overline{BC} \cong \overline{BC}$	مشترک وتر
$\overline{BD} \cong \overline{CE}$	معلوم
$\therefore \quad \Delta BCD \cong \Delta CBE$	وتر۔ ضلع $\cong$ وتر۔ ضلع
$\therefore \quad \angle BCD \cong \angle CBE$	متماثل مثلثوں کے متناظرہ زاویے
لہٰذا $\angle BCA \cong \angle CBA$	
پس $\overline{AB} \cong \overline{AC}$	ΔABC میں $\angle BCA \cong \angle CBA$ (ثابت شدہ)

مشق 10.4



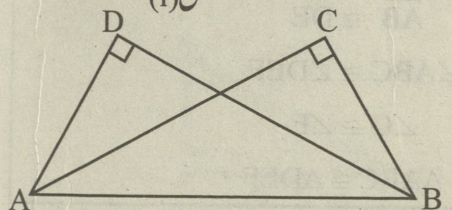
شکل(i)

1۔ دی گئی شکل(i) کی ΔPAB میں

$\overline{PA} \cong \overline{PB}$ اور $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ ہو تو

ثابت کریں کہ $\overline{AQ} \cong \overline{BQ}$ اور

$\angle APQ \cong \angle BPQ$



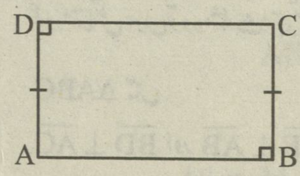
شکل (ii)

2۔ دی گئی شکل (ii) میں

$m\angle C = m\angle D = 90^\circ$ اور $\overline{BC} \cong \overline{AD}$

ثابت کریں کہ $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ اور

$\angle BAC \cong \angle ABD$



شکل(iii)

3۔ دی گئی شکل (iii) میں

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ اور $m\angle B = m\angle D = 90^\circ$

ثابت کریں کہ ABCD ایک مستطیل ہے۔

اعادہ مشق 10

1۔ مندرجہ ذیل بیانات میں سے درست اور غلط کی نشاندہی کریں۔

(i) ایک شعاع کے 'دو' سرے ہوتے ہیں۔ ....

(ii) کسی مثلث میں صرف ایک ہی قائمہ زاویہ ہو سکتا ہے۔ ....

(iii) اگر تین نقاط ایک ہی خط پر واقع ہوں تو وہ ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔ ....

(iv) دو متوازی خطوط ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں۔ ....

(v) دو خطوط صرف ایک ہی نقطہ پر قطع کر سکتے ہیں۔ ....

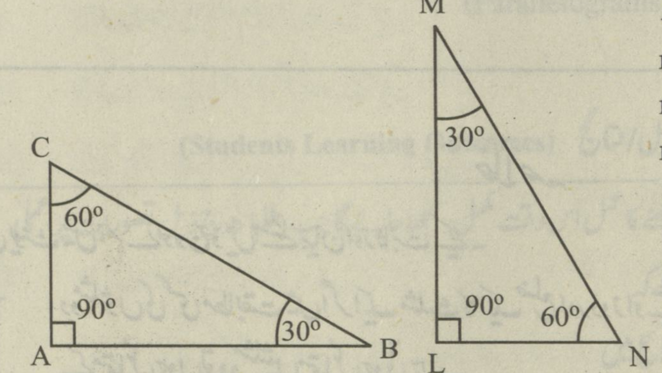
(vi) ایک متماثل الاضلاع مثلث کے زاویے غیر متماثل ہوتے ہیں۔ ....

2۔ اگر $\Delta ABC \cong \Delta LMN$ ہو تو

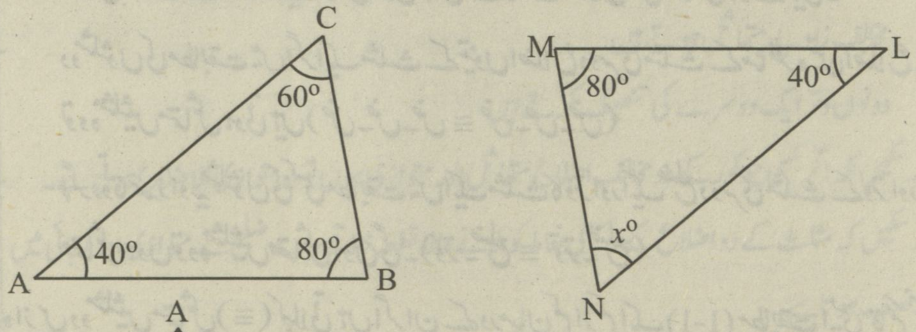
(i) $m\angle M \cong$ ______

(ii) $m\angle N \cong$ ______

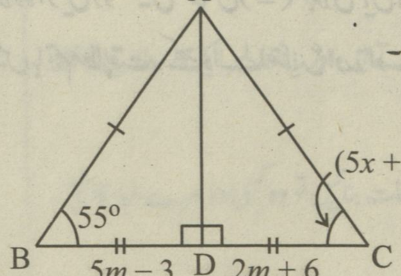
(iii) $m\angle A \cong$ ______



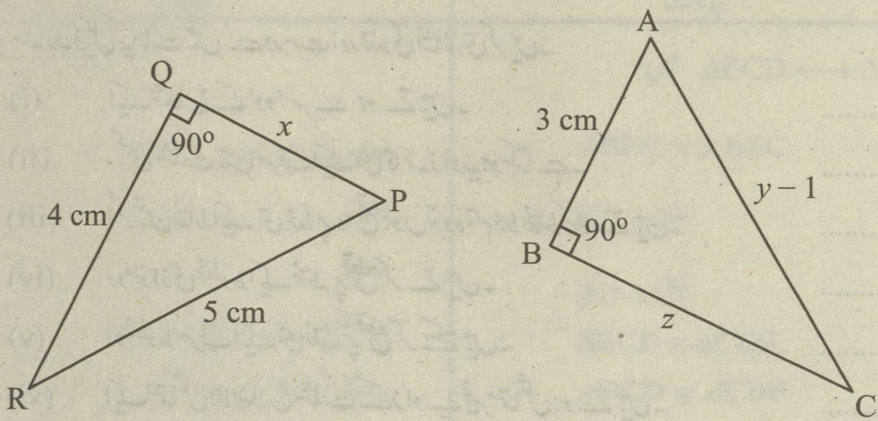
3۔ اگر $\Delta ABC \cong \Delta LMN$ تو نامعلوم x کی مقدار معلوم کریں



4۔ دی گئی متماثل مثلثوں سے نامعلوم m اور x کی مقدار معلوم کریں۔



5۔ اگر $\Delta PQR \cong \Delta ABC$ تو نامعلوم x, y اور z کی مقدار معلوم کریں۔



خلاصہ

اس یونٹ میں ہم نے درج ذیل مسئلے بیان اور ثابت کیے۔

☆ دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کا ایک ضلع اور دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ ضلع اور زاویوں کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔

☆ اگر کسی مثلث کے دو زاویے متماثل ہوں تو ان کے مخالف اضلاع بھی متماثل ہوتے ہیں۔

☆ دو مثلثوں کی مطابقت میں اگر ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسری مثلث کے متناظرہ تین اضلاع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں (ض۔ض۔ض $\cong$ ض۔ض۔ض)

☆ اگر دو قائمہ زاویہ مثلثوں کی کسی مطابقت میں ایک مثلث کا وتر اور ایک ضلع دوسری مثلث کے وتر اور متناظرہ ضلع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوں گی۔ (وتر۔ضلع $\cong$ وتر۔ضلع)

علاوہ ازیں دو مثلثیں متماثل ($\cong$) کہلاتی ہیں اگر ان کے درمیان کم از کم ایک (1-1) مطابقت ایسی قائم کی جا سکے جس میں باہم مطابقت رکھنے والے اضلاع اور زاویے متماثل ہوں۔