# نسبت اورتناسب (RATIO AND PROPORTION)

يونث من مطالعه كي الهم حدود (Unit Outlines)

(Ratio and Proportion) نبت اورتناسب (Ratio and Proportion)

یونٹ میں طلبا کے لیے سکھنے کے اہم وسیع تر ماحصل انتائج (Students Learning Outcomes)

اس یونٹ کا مطالعہ کر کے نفس مضمون کو سکھنے کا تمل اس وقت مکمل سمجھا جائے گا جب طلبا درج ذیل تصورات پڑملی دستر س حاصل کر کے اس قابل ہوجائیں گے کہ

اگرکوئی خطمتنقیم مثلث کے کسی ضلع کے متوازی کھیٹچا جائے تووہ باقی دونوں ضلعوں کوایک ہی نسبت میں قطع کرے گا۔ قطع کرے گا۔

اگرایک قطعہ خط کسی مثلث کے دواضلاع کوایک ہی نبیت میں قطع کرے تو وہ تیسرے ضلع کے متوازی ہوگا۔

شلث کے کسی اندرونی زاویے کا ناصف مقابل کے ضلع کواسی نسبت میں قطع کرتا ہے جو مثلث کے ان دونوں اضلاع کی مقداروں میں ہوتی ہے جواس زاویہ کی دونوں شعاعوں پرواقع ہوتے ہیں۔

المعنام مثلثول كے متناظرہ اصلاع متناسب ہوتے ہیں۔

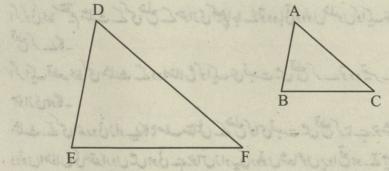
### تعارف

اس بونٹ میں ہم کچھا بیے مسئلے اور صریح نتائج ثابت کریں گے جن کا تعلق کسی مثلث کے اضلاع کے نبیت اور تناسب اور متثابہ مثلثان سے ہوگا۔ اکثر پیشوں میں نبیت تناسب کا علم ایک اہم ضرورت ہے۔ مثلاً غذائی ضروریات کی تقسیم کا اندازہ اور خدمات کا ہُمز ، صحت بخش دوا کی آمیزش کا عمل ، کسی قطعہ زمین کی جغرافیائی حدود کا تعین کرنے کے لیے نقشے تیار کرنا ، تعمیراتی کا موں کے علاوہ لاگت پر منافع کا اندازہ لگانا وغیرہ۔

 $a:b=\frac{a}{b}$  عن میں ہوگا کہ ہم نے دوہ م اکائی مقداروں a اور b کے درمیان نسبت کی تعریف a:b=a کے طور پر کی a:b عن ایسا عددی تعلق جو بتا تا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کا کون ساحتہ یا گئے گنا ہے۔ مقداری a:b اور a:b نسبت کا پہلا اور دوسرار کن (elements) کہلاتی ہیں۔ دونسبتوں کے درمیان برابری کے تعلق کوتنا سب کہتے ہیں۔ a:b=c:d تعنی اگر a:b=c:d تو مقداریں a:b=c:d تا سب میں ہوں گ

متشابه مثلثان

$$y_{R} \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$
 $\angle A \cong \angle D, \quad \angle B \cong \angle E, \quad \angle C \cong \angle F$ 



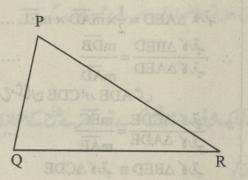
تو ΔABC اور ΔDEF متشابہ مثلثیں کہلاتی ہیں۔ جےعلامتی طور پر ΔABC مکھاجا تا ہے۔ اس سے مرادیہ ہے کہ متشابہ مثلثون کے متناظرہ زاویے متماثل ہوتے ہیں اور ان کے متناظرہ اضلاع متناسب ہوتے ہیں۔

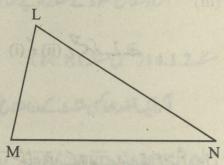
ΔPQR ← ΔLMN کامطلب یہ ہے کہ مطابقت ΔPQR ≅ ΔLMN

 $\angle P\cong \angle L, \angle Q\cong \angle M, \angle R\cong \angle N$  let  $\overline{PQ}\cong \overline{LM}, \overline{QR}\cong \overline{MN}, \overline{RP}\cong \overline{NL}$ 

$$\frac{PQ}{LM} = \frac{QR}{MN} = \frac{RP}{NL} = 1$$
 اب چونکہ

ΔPQR ~ ΔLMN 2

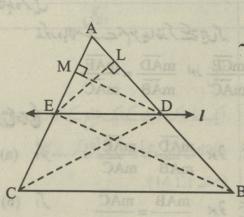




لیعنی دومتماثل مثلثیں متشابہ بھی ہوتی ہیں لیکن دومتشابہ ثلثون کا متماثل ہونا ضروری نہیں کیونکہ ان کے متناظرہ اصلاع کا متماثل ہونالا زمنہیں ہوتا۔

مسكله 14.1.1

اگرکوئی خطمتنقیم مثلث کے کسی ضلع کے متوازی کھینچا جائے تو وہ باتی دونوں ضلعوں کو ایک ہی نسبت میں قطع کرےگا۔



معلوم  $\overline{AC}$  معلوم  $\Delta ABC$  معلوم  $\Delta ABC$  اور  $\overline{AB}$  کو بالترتیب نقاط  $\overline{ED}$  اا  $\overline{CB}$ 

 $\overline{MAD} : \overline{MDB} = \overline{MAE} : \overline{MEC}$ 

 $^{2}$  فقط  $^{2}$  فق

مثلث كارقبه	$=\frac{1}{2}$	× قاعده×	ارتفاع
	4		

دلائل

مثثان جن کے قاعد ہے اور ارتفاع متماثل ہوں ہم رقبہ ہوتی ہیں۔ ED II CB معلوم ہے۔ پس ارتفاع متماثل ہیں۔

(iii) اور (iv) کاروے

دونوں اطراف کامعکوں لینے سے

#### بيانات

مثنان BED اور AED میں EL ایک مشترک عمود ہے۔

$$\therefore$$
 ΔBED =  $\frac{1}{2}$  × m $\overline{DB}$  × m $\overline{EL}$  ..... (i)

$$\Delta AED = \frac{1}{2} \times m\overline{AD} \times m\overline{EL}$$
 (ii)

$$\therefore \frac{\Delta BED}{\Delta AED} = \frac{m\overline{DB}}{m\overline{AD}}$$
 ..... (iii)

ای طرح مثثان CDE اور ADE میں

$$\frac{\Delta CDE}{\Delta ADE} = \frac{m\overline{EC}}{m\overline{AE}}$$
 (iv)

$$\frac{\overline{mDB}}{\overline{mAD}} = \frac{\overline{mEC}}{\overline{mAE}}$$

$$\frac{\overline{\text{mAD}}}{\overline{\text{mDB}}} = \frac{\overline{\text{mAE}}}{\overline{\text{mEC}}}$$

$$\overline{\text{mAD}}: \overline{\text{mDB}} = \overline{\text{mAE}}: \overline{\text{mEC}}$$

مثابره كري

مذكوره بالاستله سے بم مزیدا خذكر سكتے بيں كه

$$\frac{\overline{\text{mBD}}}{\overline{\text{mAB}}} = \frac{\overline{\text{mCE}}}{\overline{\text{mAC}}} \quad \frac{\overline{\text{mAD}}}{\overline{\text{mAB}}} = \frac{\overline{\text{mAE}}}{\overline{\text{mAC}}}$$

مرت من ع

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \quad \overline{g}_{M} \quad \frac{\overline{MAD}}{\overline{MAB}} = \frac{\overline{MAE}}{\overline{MAC}} \qquad \int I \quad (a)$$

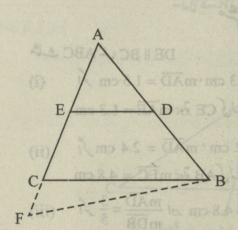
$$\overline{\overline{DE}} \parallel \overline{BC} \stackrel{\text{if}}{=} \frac{\overline{mAB}}{\overline{mDB}} = \frac{\overline{mAC}}{\overline{mEC}} \qquad \text{(b)}$$

#### يادر كھنے كى باتيں

- (i) دونقاط ایک خط کا جبکه تین غیر ہم خط نقاط ایک مستوی کا تعین کرتے ہیں۔
  - (ii) ایک قطعه خط کا صرف اور صرف ایک بی نقطه تنصیف موتا ہے۔
- (iii) اگردومتقاطع خطوط کے متعلہ زاویے متماثل ہوں تو وہ خطوط ایک دوسرے پرعمود ہوں گے۔

### متله 14.1.2 (عکس متله 14.1.2)

## اگرایک قطعہ خطکی مثلث کے دواصلاع کوایک بی نسبت میں قطع کرے تووہ تیسر سے ملع کے متوازی ہوگا۔



معلوم AABC معلوم AABC اصلاع AB اور AC کو ای معلوم ای طرح قطع کرتا ہے کہ

 $\overline{mAD} : \overline{mDB} = \overline{mAE} : \overline{mEC}$ 

ED || CB

عمل اگر ED# CB تو BF || DE تو ED# CB کینچیں جو کہ AC عمل کو نقط C سے پرے بڑھانے پر نقط F پر ماتا ہے۔

ثبوت

(vi) (vi) (vi) (vi)	بیان - در ۱۱۱۰ ۱۱۱۰ ا	more = Daniste
V6 CB W AC DB AB	- WATER	شلث ABF میں
J.F.	DE II BF	
ایک خط جو کہ شاث کے ایک ضلع کے متوازی مووہ باتی	$\therefore  \underline{mAD} = \underline{mAE}$	(i)
دواضلاع کوایک بی نسبت میں قطع کرے گا۔	mDB mEF	
(مئلہ 14.1.1)		
mAD: mOB = mAE: mEC	3/76 AS	

(i) اور (ii) کی روسے حقیقی اعداد کی خصوصیت

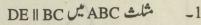
mAD \_ mAE . (ii)

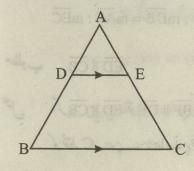
 $\underline{\text{mAE}} = \underline{\text{mAE}}$ 

 $m\overline{EF} = m\overline{EC}$ 

اس طرح نقط F نقطه C يمنطبق ب للبذا بمارامفروضه غلطب ED II CB

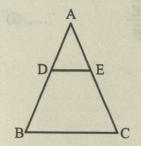
## مشق 14.1





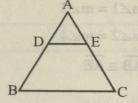
- ${}^{\circ}m\overline{BD} = 3 \text{ cm} {}^{\circ}m\overline{AD} = 1.5 \text{ cm}$ (i) m AE = 1.3 cm موتو CE كى لمبائي معلوم كرير\_
- $m\overline{AE} = 3.2 \text{ cm}$   $m\overline{AD} = 2.4 \text{ cm}$ (ii) mEC = 4.8 cm موتو AB كى لمبائي معلوم كرين\_
  - $m\overline{AC} = 4.8 \text{ cm}$  اور  $m\overline{AD} = \frac{3}{5}$  آر (iii) AE كىلسائى معلوم كريى\_
- $\overline{BC} = 5 \text{ cm} \cdot \overline{MDE} = 2 \text{ cm} \cdot \overline{MAE} = 3.2 \text{ cm} \cdot \overline{MAD} = 2.4 \text{ cm}$ (iv)
  - $\overline{\text{mBD}} = 3x 1 \cdot \overline{\text{mAE}} = 8x 7 \cdot \overline{\text{mAD}} = 4x 3$ (v)

اور  $\overline{\text{CE}} = 5x - 3$  ہوتو x کی قیت معلوم کر س



ایک مساوی الساقین مثلث ABC میں AL رای زاویہ ہے۔ اگر DE شلث کے اضلاع AB اور DE کودی گئی شکل کےمطابق اس طرح قطع کرے کہ  $\overline{MAD}$ :  $\overline{MDB}$  =  $\overline{MAE}$ :  $\overline{MEC}$ 

تو ثابت كرين كه ADE بهى ايك ماوى الساقين مثلث موكى-



ایک متماثل اضلاع مثلث ABC کے اضلاع میں نسبت

ADE : mAE : mAC = mAD : mAB

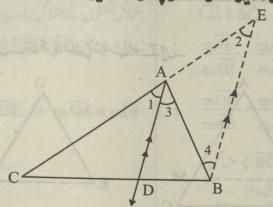
کے تمام زاویوں کی مقداریں معلوم کریں اوران کے نام

بھی کا صیں۔

۔ ثابت کریں کہ سی مثلث کے دواضلاع کے وسطی نقاط کو ملانے والا قطعہ خط تیسر سے ضلع کے متوازی ہوتا ہے۔

مسّله 14.1.3

مثلث کے کسی اندرونی زاویے کا ناصف مقابل کے ضلع کو اسی نسبت میں قطع کرتا ہے جو مثلث کے ان دونوں اضلاع کی مقداروں میں ہوتی ہے جواس زاویہ کی دونوں شعاعوں پرواقع ہوتے ہیں۔



معلوم مثلث ABC كاندرونى زاويه A كاناصف ضلع CB كونقطه D پرقطع كرتا ہے۔ مطلوب mBD : mDC = mAB : mAC مطلوب BE || DA كوبڑھانے پرنقطہ E پر قطع كرتا ہے۔

	٠, ١
ولائل	بيانات
mĀB≤mĎĒ (A)	چونکہ AD II EB اور EC اور AD ان کو قطع کرتا ہے
Cle S C A D E S AB	ن شاظره ن : m∠1 = m∠2 (i)
mor school ac	مزيد AD    AD    EB اور AB ان كوقطع كرتا ہے-
او ب	: m∠3 = m∠4 (ii)

$$($$
ایتشره $)$  m $\overline{EA}$  = m $\overline{AB}$ 

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

$$m\angle 2 = m\angle 4$$

$$\therefore \overline{AB} \cong \overline{AE}$$

$$L = \overline{AE} \cong \overline{AB}$$

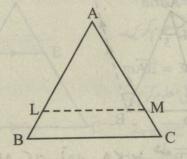
$$\therefore \quad \frac{\overline{\text{mBD}}}{\overline{\text{mDC}}} = \frac{\overline{\text{mEA}}}{\overline{\text{mAC}}}$$

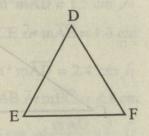
$$\frac{1}{m} = \frac{mAB}{m\overline{AC}} = \frac{mAB}{m\overline{AC}}$$

$$\overline{mBD} : \overline{mDC} = \overline{mAB} : \overline{mAC}$$

#### المكلم 14.1.4

دومتشابه شلثول كمتناظره اصلاع متناسب موتي بيل-





ΔABC ~ ΔDEF

 $\angle A \cong \angle D$ ,  $\angle B \cong \angle E$  and  $\angle C \cong \angle F$ 

$$\frac{\overline{\text{mAB}}}{\overline{\text{mDE}}} = \frac{\overline{\text{mAC}}}{\overline{\text{mDF}}} = \frac{\overline{\text{mBC}}}{\overline{\text{mEF}}}$$

شمل (I) فرض كي mAB > mDE

 $m\overline{AB} \le m\overline{DE}$  (II)

mAL = mDE ينقظ L اسطرحلس ك AB

AC پرنقطه M اس طرح لیس که mAM = mDF ، قطعه خط MLک در بعد نقطه L کونقطه Mسے ملائیں۔

191

يس ا

دلائل بیانات  $\mathcal{L}^{\sharp} \Delta ALM \longleftrightarrow \Delta DEF$  $\angle A \cong \angle D$ AL = DE  $\overline{AM} \cong \overline{DF}$ S.A.S redes ΔALM ≅ ΔDEF متماثل مثلثوں كے متناظره زاويے  $\angle L \cong \angle E \cdot \angle M \cong \angle F$ معلوم متماثل کی ثلاثی خاصیت ∠E ≅ ∠B 191 ∠F ≅ ∠C  $\angle L \cong \angle B \cdot \angle M \cong \angle C$ متماثل مثلثوں کے متماثل زاویے LMIBC mAL \_ mAM ۵ABC شي AABC (ثابت شده) mAB mAC  $\underline{mDE} = \underline{mDF}$ mAM = mDF mAB اى طرح اگراضلاع BA اور BC ي متماثل قطعات قطع كرين تو ثابت كرسكته بين كه  $\overline{\text{mDE}} = \overline{\text{mEF}}$  $\frac{\overline{mDE}}{\overline{mAB}} = \frac{\overline{mDF}}{\overline{mAC}} = \frac{\overline{mEF}}{\overline{mBC}}$ (i)اور(ii) كاروت  $\overline{\text{mAB}} = \overline{\text{mAC}} = \overline{\text{mBC}}$ 

281

mDE mDF mEF

كر يكت بين الرشاف DEF يرمتماثل قطعات

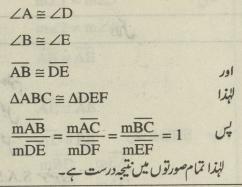
(II) اگر mAB<mDE بوتوای طرح فایت

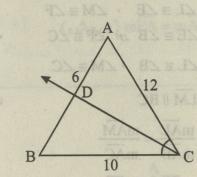
- 6

 $m\overline{AB} = m\overline{DE}$ 

∆ABC ←→ ΔDEF 3

130	معلوم	∠A≅∠D
	معلوم	∠B≅∠E
1	مفروض مع ١٨١٨٤ عدم ١١٩٥٨ مفروض	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$
	A.S.A. ≅ A.S.A	ΔABC ≅ ΔDE
(	mAC≅mDF, mBC≅mEF مثلثوں كاتماثل) mAC	$\frac{\overline{\text{mAB}}}{\overline{\text{mDE}}} = \frac{\overline{\text{mAC}}}{\overline{\text{mDE}}}$





مشق 14.2

- $\frac{1}{CD}$  سامنے کی شکل میں  $\Delta ABC$  میں  $\Delta ABC$  سامنے کی شکل میں  $\Delta ABC$  میں  $\Delta ABC$  منظم  $\Delta B$  ونقطہ  $\Delta B$  رقطع کر بے تو  $\Delta B$  (a) 5 (b) 16 (c) 10 (d) 18
- $\begin{array}{c}
  C \\
  \hline
  A \\
  \hline
  D \\
  \hline
  7
  \end{array}$ 
  - 2 وی گئ شکل کے مطابق مثلث ABC میں CD زاویہ C

 $m\overline{AB} = 7$  اور  $m\overline{AB} = 6$  '  $m\overline{AC} = 3$  اور  $m\overline{AB} = 6$  '  $m\overline{AD}$  اور  $m\overline{DB}$  اور  $m\overline{AD}$ 

- 3۔ اگر کسی دی گئی دومثلثوں کی مطابقت میں ایک مثلث کے دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ زاویوں کے متماثل ہوں تو ثابت کریں کمثلثیں مثشابہ ہوں گی۔
- و قطعات خط AB اور CD ایک دوسر کے کو نقطہ X پر قطع کرتے ہیں۔ اگر  $\frac{m\overline{AX}}{m\overline{XB}} = \frac{m\overline{CX}}{m\overline{XD}}$  ہو تو ثابت کریں کہ کم کم کا اور  $\Delta BXD$  متثابہ ہوں گی۔

## اعاده مشق 14

- 1 درست اور غلط بیانات کی نشاند ہی کریں۔
- (i) متماثل مثلثان سائز اور شکل میں ایک جیسی ہوتی ہیں۔
- (ii) متشابه مثلثان کی شکل ایک جیسی لیکن ان کے سائز مختلف ہوتے ہیں۔
  - (iii) متماثل کے لیے علامت (-- استعال ہوتی ہے۔
  - (iv) متشابر کے لیے علامت نے استعال ہوتی ہے۔

(v) متماثل مثلثیں متشابہ ہوتی ہیں۔ (vi) متشابہ ہوتی ہیں۔ (vii) مشابہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔ (vii) کسی قطعہ خط کا صرف ایک بی نقطہ تنصیف ہوتا ہے۔ (viii) دونقاط میں سے ایک اور صرف ایک خط کھینچا جاسکتا ہے۔

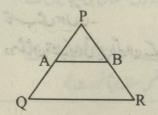
(ix) دونستوں کے غیر برابر ہونے کوتناسب کہتے ہیں۔ (x) نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی۔

2- مندرجه ذيل اصطلاحات كي تعريف كرير-

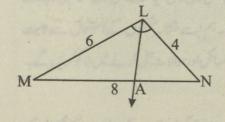
(i) نبت (ii) تاسب (iii) متماثل مثلثان (iv) متشابه مثلثان

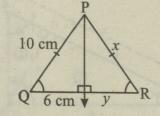
 $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$  المين LMN المين LMN المين  $\overline{MLP} = 2.5 \text{ cm} \cdot \text{mLM} = 5 \text{ cm}$  اور  $\overline{MLQ} = 2.3 \text{ cm}$  اور  $\overline{MLQ} = 2.3 \text{ cm}$ 

اور m $\overline{LQ} = 2.5$  cm'm $\overline{LM} = 6$  cm اور (ii)  $m\overline{LP}$  ہوتو  $m\overline{QN} = 5$  cm



 $'m\overline{PB} = 4x - 3 \text{ 'm}\overline{PA} = 8x - 7$  سامنے کی شکل میں اگر  $m\overline{AQ} = 8x - 3$  سامنے کی شکل میں اگر  $m\overline{AQ} = 5x - 3$  معلوم کر س جبکہ  $m\overline{AB} \parallel \overline{QR}$  س جبکہ  $m\overline{AB} \parallel \overline{QR}$ 





6- سامنے کی شکل میں ΔPQR ایک متساوی الساقین مثلث ہے۔ x اور y کی قیمت معلوم کریں۔ اس بونٹ میں ہم نے مندرجہ ذیل مسلے بیان اور ثابت کیے علاوہ ازیں چند ضروری اصطلاحات کی تعریف کی۔

🖈 اگرکوئی خطمتقیم مثلث کے سی ضلع کے متوازی تھینچاجائے تو دہ باقی دونوں ضلعوں کوایک ہی نسبت میں قطع کرے گا۔

🖈 اگرایک قطعہ خط کسی مثلث کے دواصلاع کوایک ہی نسبت میں قطع کر ہے تو وہ تیسر ہے ضلع کے متوازی ہوگا۔

ﷺ مثلث کے کی اندرونی زاویے کا ناصف مقابل کے ضلع کوائی نبیت میں قطع کرتا ہے جو مثلث کے ان دونوں اضلاع کی مقداروں میں ہوتی ہے جواس زاویہ کی دونوں شعاعوں پرواقع ہوتے ہیں۔

🖈 اگردومثثان متشابہ موں توان کے متناظرہ اصلاع متناسب موتے ہیں۔

ووہم اکائی مقداروں a اور b کے درمیان نبیت کی تعریف  $a:b=rac{a}{b}$  کے طور پر کی جبکہ مقداری a اور b نبیت a:b کیپہلا اور دوسرارکن (elements) کہلاتی ہیں۔

a:b=c:d اور a:b=c:d اور a:b=c:d اور a:b=c:d اور a:b=c:d اور a:b=c:d اور a:b=c:d تناسب میں ہول گی۔

ع مب من المراب المران كے متناظرہ زاد بے متماثل اوران كے متناظرہ اضلاع متناسب ہوں۔ دومنگان متشابہ كہلاتی ميں اگران كے متناظرہ زاد بے متماثل اوران كے متناظرہ اضلاع متناسب ہوں۔